DOI：10.16285/j.rsm.2023.1148

土颗粒材料中的复杂网络结构演化分析

刘恩龙，蒋 炼，姜晓琼，田健秋，孙 艺，许 然

（四川大学 水利水电学院 岩土与地下工程系，四川 成都 610065）

摘 要：复杂网络分析方法可应用于土颗粒材料在加载过程中的结构演化分析以及搭建土颗粒材料的微细观与宏观尺度上力学参数之间的联系。主要叙述了我们近十年来采用复杂网络方法分析土颗粒材料的结构演化以及细观参数与宏观力学特性之间的相互关系方面的研究成果。首先介绍了复杂网络中的基本概念（平均度、聚类系数、平均路径长度、力圈）；然后分析了双轴条件下的土颗粒材料的细观结构演化以及土坡失稳启动与滑动过程的接触网络参数变化规律；再者分析了考虑颗粒形状、中主应力系数、循环加载路径复杂加载条件下的土颗粒材料的细观结构演化规律；最后，把接触网络的细观结构参数与宏观力学特性相关联，建立了状态参数与平均度、细观结构参数与动强度、平均度和最短路径长度与修正剑桥模型的屈服函数、平均度与基础垂直压力之间的关系，并基于最大流修改了统一硬化模型中参数的取值。

关 键 词：土颗粒材料；复杂网络；接触网络；多尺度；细观结构

中图分类号：TU43 **文献标识码：**A **文章编号：**1000－7598 (2023) 12－3383－22

Analysis on evolution of complex network structure of soil granular materials

LIU En-long, JIANG Lian, JIANG Xiao-qiong, TIAN Jian-qiu, SUN Yi, XU Ran

(Department of Geotechnical and Underground Engineering, College of Water Rescources and Hydropower, Sichuan University, Chengdu, Sichuan 610065, China)

Abstract: Complex network analysis methods can be applied to analyze the structural evolution of granular materials during loading and establish the relationships of mechanical parameters of these materials between micro/meso and macro scales. This articles mainly reviews our research results in recent years on the structural evolution of granular materials and the relationship between microscopic parameters and macroscopic mechanical properties using complex network methods. Firstly, the basic concepts of complex networks (average degree, clustering coefficient, average path length, and force chain) are introduced. Then, the microstructural evolution of granular materials under biaxial conditions and the network contact parameter changes during the initiation and sliding of soil slopes are analyzed. Furthermore, the microstructure evolution of granular materials considering particle shape, intermediate principal stress coefficient, and complex loading paths is discussed. Finally, the mesoscopic structural parameters of the contact network are associated with the macroscopic mechanical properties, and relationships between the state parameters and average degree, the microscopic structural parameters and soil dynamic strength, the average degree as well as shortest path length and yield function of the modified Cam clay model, and the average degree and the ground vertical pressure are established. The parameters in the unified hardening model are modified based on the maximum flow model.

Keywords: soil granular materials; complex network; contact network; multiple scales; meso structure

1 引 言

土颗粒材料的研究对象是无黏性土，具有压硬性和剪胀性，其承载能力和抗剪强度的发挥是依靠颗粒之间的摩擦、滑移和相对转动。典型的砂土等土颗粒材料在受荷过程中通过颗粒之间的接触传递荷载，而胶结砂在受荷过程中颗粒之间的胶结会破坏改变颗粒的接触关系，即颗粒之间的相对位置和接触关系发生动态变化，从而导致其承载性能变化。可见，对于砂土等土颗粒材料研究其在加载过程中的接触关系及接触网络的演化规律有助于掌握其应力变形特性及强度发挥机制，也可为建立考虑微细观机制的土颗粒材料的多尺度本构模型提供新的思路。

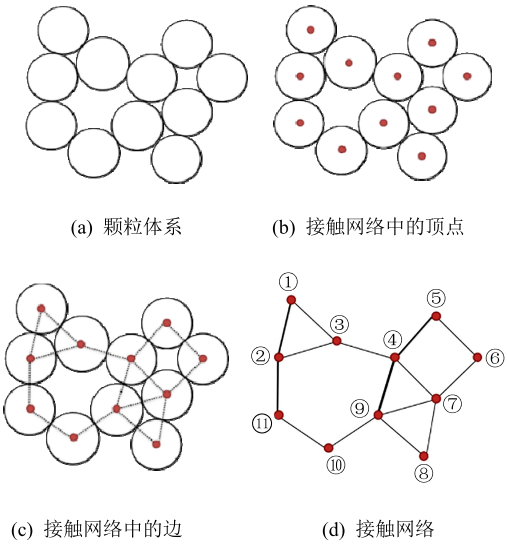
收稿日期：2023-07-30 录用日期：2023-10-10
基金项目：国家自然科学基金（No.12372376，No.41771066）。
This work was supported by the National Natural Science Foundation of China (12372376, 41771066).
第一作者简介：刘恩龙，男，1976 年生，博士，教授，博士生导师，主要从事岩土本构关系方面的研究。E-mail: liuenlong@scu.edu.cn

尽管对土颗粒材料的组构和力链进行了大量研究，但是如何把考虑细观结构演化的参数引入到土颗粒的本构模型中来建立参数少且物理意义明确的多尺度本构模型仍是亟待解决的问题。本文主要介绍我们近十年来采用复杂网络方法分析土颗粒材料的结构演化以及细观参数与宏观力学特性之间的相互关系方面的研究成果。首先介绍复杂网络中的基本概念，然后分析简单加载路径及复杂加载路径下土颗粒材料的细观结构演化规律，最后把接触网络的细观结构参数与宏观力学特性及本构关系相关联。

2 复杂网络中的几个概念

本部分介绍在土颗粒材料研究中常用的复杂网络中的概念，包括度、平均度、聚类系数、平均路径长度、最短路径长度、力圈[1]。

图 1(a)～1(d)分别为颗粒体系、接触网络中的顶点、接触网络中的边以及接触网络。



(a) 颗粒体系 (b) 接触网络中的顶点

(c) 接触网络中的边 (d) 接触网络

图 1 接触网络

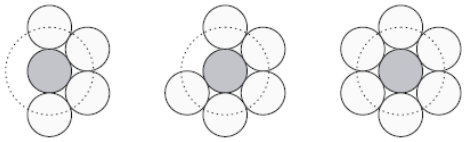
Fig.1 Contact networks

在图 1(a)中把土颗粒体理想化为球形（或圆形）的颗粒集合体系，颗粒与颗粒之间存在接触或者不接触两种接触关系。将图 1(b)中的颗粒质心位置定义为顶点。对于图 1(b)中的相互接触的两个颗粒则存在一条边，如图中的虚线所示。在图 1(d)中显示了网络中的顶点和边，它们构成了颗粒材料的接触网络。接触网络中的接触关系可以用邻接矩阵 $\boldsymbol{A}$ 进行描述，其元素 A_{ij} 的定义如下：

$$A_{ij}=\begin{cases}1 & \text{当在}i\text{、}j\text{顶点之间存在边时}\\ 0 & \text{其他情况}\end{cases} \tag{1}$$

2.1 度

顶点的度（简称点度）[1]是指在接触网络中与顶点相关联的边数，如图 2(a)的度为 4、图 2(b)的度为 5、图 2(c)的度为 6。接触网络中存在一小部分点度值较高的点被称为高点度点。高点度点越多，意味着网络中高点度点与其他点的联系越多，故高点度点的颗粒密度也越高。



(a) 度为 4 (b) 度为 5 (c) 度为 6

图 2 顶点的度

Fig.2 Degree of a vetrex

平均度，也称为配位数，代表网络中所有点度的平均值[1]，它和颗粒数目的关系为

$$k=\frac{1}{N}\sum_{i,j=1}^{N}A_{ij} \tag{2}$$

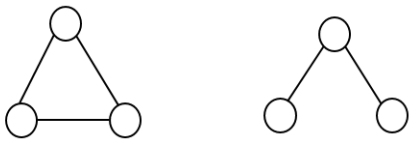
式中：N 为颗粒数目；$[A_{ij}]$为邻接矩阵。

2.2 聚类系数

聚类系数[1]，也被称为传递性，是网络的一个典型性质，描述的是网络中节点之间也互为邻点的概率。三个节点两两接触排列组成一个三角形，可以相互间阻止转动，因此可以用聚类系数衡量结构的稳定性。一个节点的聚类系数定义为含该节点的闭三元组数目和以该节点为中心的连通三元组的比值，即

$$C(i)=\frac{\sum_{k>j}A_{ij}A_{jk}A_{ik}}{\sum_{k>j}A_{ij}A_{ik}} \tag{3}$$

其中包含闭三元组和连通三元组如图 3 所示。网络中一个节点的聚类系数越大，代表包含该节点的三元组数目越多，该节点所在的结构越稳定。网络的聚类系数用来描述整体网络结构的稳定性，定义为网络中所有节点的聚类系数的平均值。



(a) 闭三元组 (b) 开三元组

图 3 闭三元组和开三元组示意图

Fig.3 Geometric graph of triangles and triads

2.3　平均路径长度

最短路径是指连接两个节点 i 和 j 之间边数最少的路径[1]，距离定义为两个节点最短路径上边的数目，如图 4 所示，其中节点 1 到节点 5 的距离为 2，其最短路径为 1-4-5。

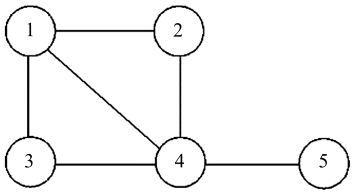


图 4　最短路径示意图
Fig.4　Sketch of the shortest path

网络的平均路径长度则为任意两个节点之间距离的平均值；如果两个节点间的距离越短，它们之间发送和传递信息所需经过的边的数目越少，发送和传递信息的效率越高。网络的平均路径长度可以反映网络节点间信息交流的平均效率，其计算公式为

$$L=\frac{2}{N(N-1)}\sum_{i<j}d_{ij} \tag{4}$$

式中：d_{ij} 为节点 i 到节点 j 间的距离。

2.4　力圈

颗粒间的相互接触构成了颗粒材料内部的接触网络结构，如图 5 所示。接触网络是由许多封闭的几何图形组成，也称为圈结构，这些圈结构组成的网络是无向和无权重的，能决定着接触网络的稳定性，且在接触网络中接触越密集的地方，力圈结构的数目也越多，且力圈结构也越简单。N-力圈[1]结构是由长度为 N 的最短闭合路径组成，且 N-力圈结构中只有相邻点间的相互连接，圈结构中内部不相交，图 6 是 3-力圈、4-力圈和 5-力圈的示意图。在加载过程中，试样的变形是颗粒间的相对运动决定的，网络的任何改变必将伴随旧接触的消失和新接触的产生。这些改变都会使得接触网络的力圈结构数目发生变化，因此对接触网络中的力圈结构的研究是有必要的。

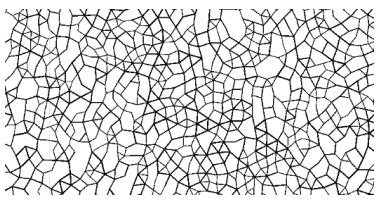
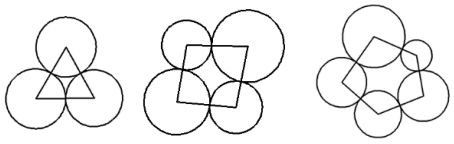


图 5　接触网络图
Fig.5　Diagram of contact networks



(a) 3-力圈　(b) 4-力圈　(c) 5-力圈

图 6　力圈结构示意图
Fig.6　Sketch of force-cycles

3　双轴压缩下试样的复杂网络结构参数演化

为了便于分析土颗粒材料在加载过程中的接触演化，把土颗粒理想化为圆盘形状，采用离散元法模拟其在加载过程中的应力–应变特性，以此为基础采用复杂网络结构参数研究土颗粒材料的颗粒间的相互作用及接触网络的变化过程及规律。

3.1　数值模拟试验及结果分析

数值试样的长度为 0.04 m、高为 0.08 m，颗粒形状为刚性圆盘形，参考已发表的离散元模拟采用的计算参数[2-3]和实际无黏性土的应力–应变特点[4]，选取的计算参数如下：法向刚度和切向刚度均为 20 MPa，颗粒密度为 2 630 kg/m^3，阻尼为 0.7。颗粒的最小半径为 0.3 mm，最大半径为 0.6 mm，颗粒的半径均匀分布，颗粒数目约 3 900 个，设定初始孔隙率为 0.20，摩擦系数为 0.5，具体加载过程参见文献[3]。当轴向应变达到 20%时加载停止。计算的侧向应力分别为 50、100、200 kPa 和 400 kPa。图 7 为计算得到的应力–应变曲线。

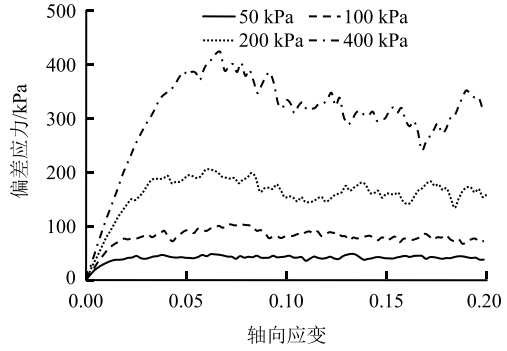
由图 7 的模拟结果可见，对于不同的侧压，在加载初期随着轴向应变的增加，偏差应力不断增加达到峰值点；而后随着轴向应变的进一步增加，偏差应力开始减小，最后趋于稳定值（也称为残余强度）。且随着侧向压力的增加，偏差应力的增长速度越快，初始变形模量越大，试样的峰值强度和残余强度也均增大。对于体积变化，试样在低围压下出现剪胀现象，在高围压下出现剪缩现象。且随着侧向应力的增加，由剪缩转为剪胀的临界点对应的轴向应变也越大，试样越不容易发生剪胀，且最终剪胀量也越小。

3.2　细观结构演化分析

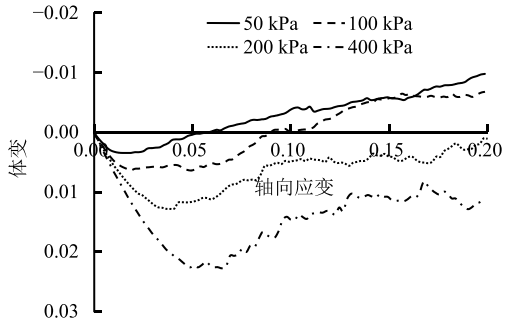
3.2.1　平均度、聚类系数和平均路径长度的演化

图 8 给出了平均度、聚类系数以及平均路径长度随轴向应变的演化规律。

由图 8(a)可知，试样在加载过程中，平均度先增加后降低最终趋于稳定。这是因为在加载初期，试样因挤压变得密实，体积减小，高点度颗粒数量



(a) 偏差应力–轴向应变曲线



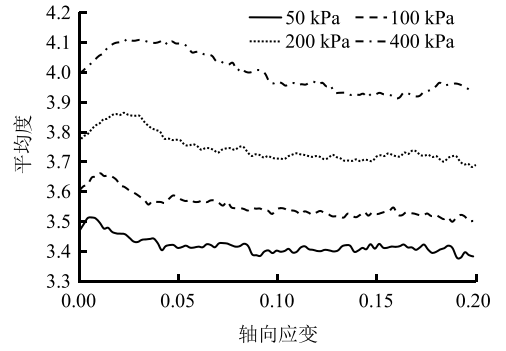
(b) 体变–轴向应变曲线

图 7 数值模拟的应力–应变曲线

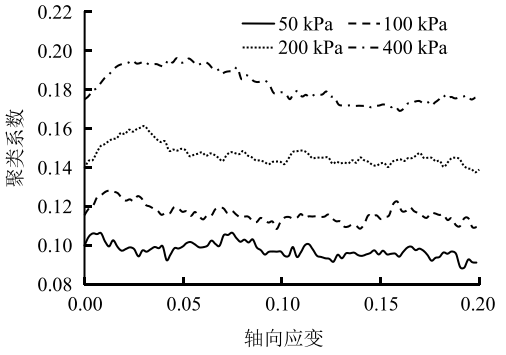
Fig.7 Numerically simulated curves of stress and strain

增多，平均度值增大；而后在加载过程中，试样因为咬合摩擦作用发生错动，引起颗粒间的排列变疏松，导致平均度值减小；最后由于试样到达临界状态，此时咬合作用几乎消失，颗粒间的排列不再发生较大变动，此时平均度的值趋于常数。且随着侧向应力的增加，平均度也增加，达到最大平均度值所对应的轴向应变也增加，这是因为侧向应力增大，克服侧压对体胀的阻力所需要的额外功增加，使得试样不容易发生剪胀，高点度颗粒的数量相对增多，因此平均度值增大，最大平均度值所对应的轴向应变也增加。

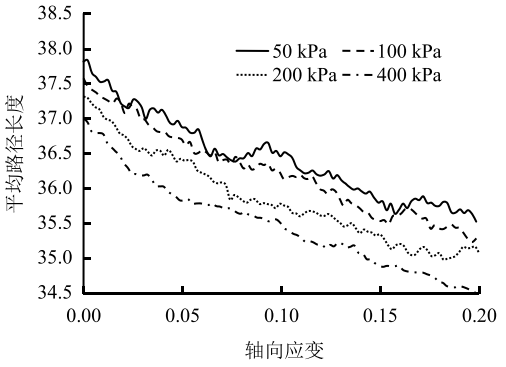
由图 8(b)可知，聚类系数呈现出与平均度相似的规律，在加载过程中随着轴向应变的增加，聚类系数先增加后逐渐减小，最终趋于稳定值。这是由于在加载初期体缩，此时试样较为稳定，网络的聚类系数增大，整个接触网络的稳定性增强；到达峰值点后，颗粒间的咬合作用减弱，整体网络的稳定性降低，聚类系数减小；到达稳定状态后，颗粒间不再发生大规模的重新排列，此时聚类系数的值略有波动，但仍趋于稳定值。且侧压越大，聚类系数也越大。这是因为侧压增大，试样越不容易发生剪胀，网络的聚类系数增加，结构的稳定性增强；且随着侧压增加，达到峰值聚类系数所需要的轴向应变也增加。



(a) 平均度–轴向应变演化曲线



(b) 聚类系数–轴向应变演化曲线



(c) 平均路径长度–轴向应变演化曲线

图 8 细观结构参数–轴向应变演化曲线

Fig.8 Evolution curves of mesostructure parameters-axial strain

从图 8(c)可以发现，试样在加载过程中，平均路径长度随着轴向应变的增加缓慢减小，这说明在加载过程中颗粒间接触的最短路径减小，颗粒间接收和传递力的效率增高，更容易进行信息交流。随着侧向压力的增加，平均路径长度减小，两个颗粒间最短关系链中颗粒的平均个数减少，表明增大侧压力能有效地提高颗粒间信息交流的效率。

3.2.2 权重平均度、聚类系数以及平均路径长度的演化

在 3.2.1 节的分析中，只考虑了颗粒间的物理连通性，仅对颗粒间相互作用的存在性做了研究，而在试样加载过程中，颗粒间相互作用的接触力也反

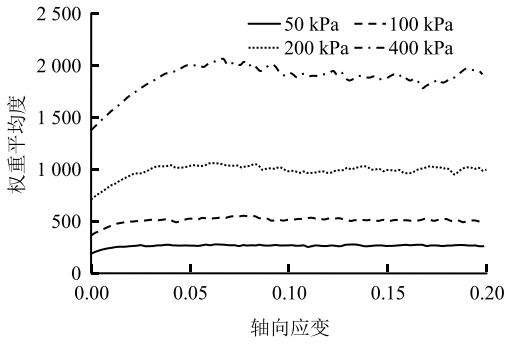
应了接触网络的性质，因此可以使用边的权重矩阵来对接触网络的性质进行研究。

点强度[1]是无权网络中节点度的推广，定义为与该节点相关联的边权之和，即

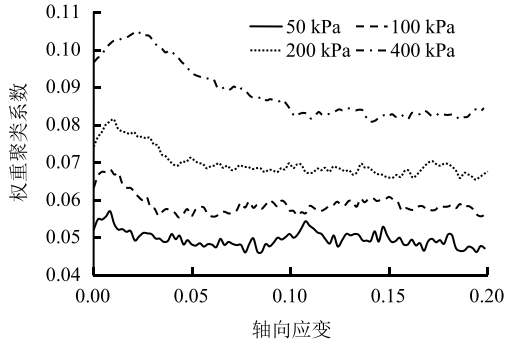
$$S_i = \sum_{j \in N_i}^{N} w_{ij} \tag{5}$$

式中：N_i 为该节点 i 相邻的点集合，w_{ij} 为节点 i 与 j 的边权；若节点 i 与 j 无连接时，则 $w_{ij}=0$。

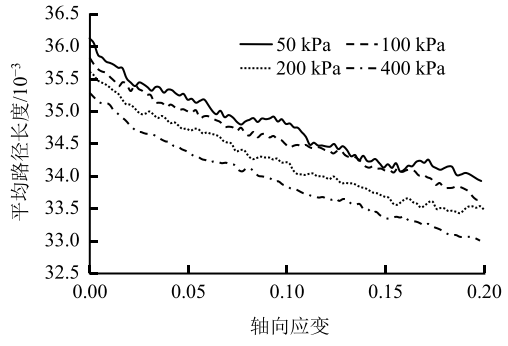
网络的强度（也称为权重平均度）定义为网络中所有节点的点强度的算术平均值[1]，将颗粒间接触力的法向分量作为边的权重，对接触网络的强度进行研究，得到在不同侧压下的权重平均度随轴向应变的演化曲线如图 9(a)所示。从图中可以看出，



(a) 权重平均度–轴向应变演化曲线



(b) 权重聚类系数–轴向应变演化曲线



(c) 权重平均路径长度–轴向应变演化曲线

图 9　权重细观结构参数–轴向应变演化曲线

Fig.9　Evolution curves of weighted mesostructure parameters-axial strain

随着侧压的增加，网络的权重平均度值也增加；试样的强度值先增加后达到峰值点，然后缓慢稍有降低最终趋于稳定。

Holme 等[5]认为在分析赋权聚类系数时包含某节点的三元组中三条边对聚类系数的贡献应与边的权重成正比，由此定义一个节点的权重聚类系数为

$$C_{\mathrm{w}}(i) = \frac{\sum_{j,k} (w'_{ij} w'_{jk} w'_{ik})^{\frac{1}{3}}}{k_i (k_i - 1)} \tag{6}$$

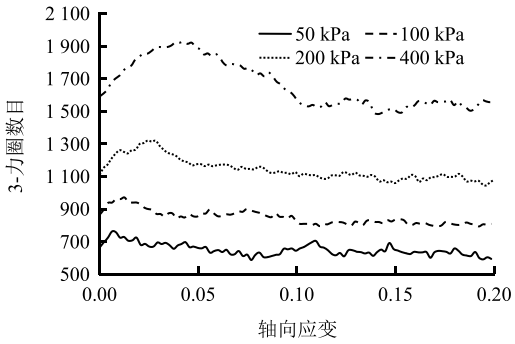
式中：k_i 为节点 i 的度；$w'_{ij} = w_{ij} / \max(w_{ij})$。

在研究权重网络的聚类系数时，将颗粒间接触力的法向分量作为权重，整个网络的权重聚类系数为所有节点权重聚类系数的平均值，得到在不同侧压下的权重聚类系数随轴向应变的演化曲线如图 9(b)所示。由图可知，在加载过程中随着轴向应变的增加，权重聚类系数先快速增加到峰值后缓慢降低，最终趋于稳定值。且侧压越大，权重聚类系数越大，节点间的聚类性更高，达到峰值权重聚类系数所对应的轴向应变也越大，这一现象与无权重聚类系数的演化相似。

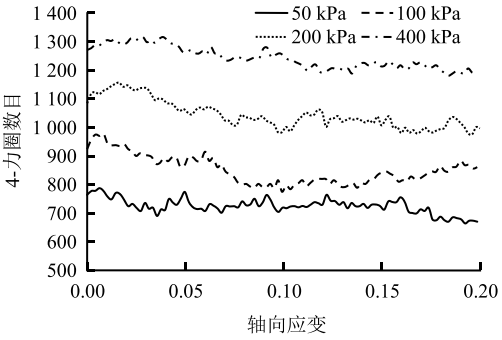
加权网络的平均路径长度的计算公式和算法与无权重相同，只是节点间的距离 d_{ij} 不再是计算经过的边数量，而是考虑边的权重。加权网络的距离[6]满足两边权重之和不一定大于第三边权重，也就是说在考虑边的权重时，经过最少边的路径不一定是距离最短的路径。在研究加权网络的平均路径长度时，不再将接触力的法向分量作为权重，而是将两个接触颗粒的半径之和作为权重进行计算；权重值越大，节点间的接触距离越远，力传递的距离越远。计算得到在不同侧压下的权重平均路径长度随轴向应变的演化曲线如图 9(c)所示，由图可知，权重平均路径长度均随着轴向应变的增加缓慢减小，而随着侧压的增加权重平均路径长度却在减小，表明力传递效率在增高。

3.2.3　力圈的演化规律

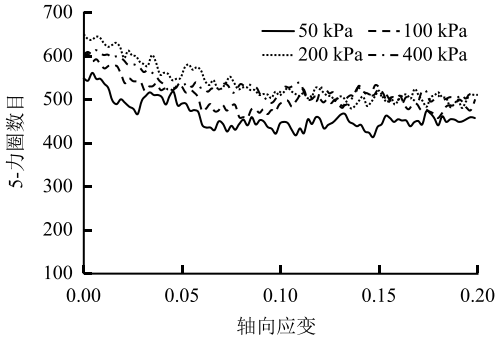
在加载过程中，力圈结构可以反映接触网络的稳定性，图 10 给出了 3-力圈、4-力圈、5-力圈、6-力圈随轴向应变的演化规律，从图中可以看出，3-力圈和 4-力圈的数目较多，而 5-力圈和 6-力圈的数目较少。从图 10(a)～10(c)中可以看出，在加载过程中，在不同侧压下 3-力圈、4-力圈、5-力圈的数目均表现出先增加至峰值，而后降低并逐渐趋于稳定；且侧压越大，力圈数目增加至峰值所对应的轴向应变越大；在相同轴向应变时，侧压越大，力圈的数目越多，达到稳定状态后力圈的数目也越多；在相



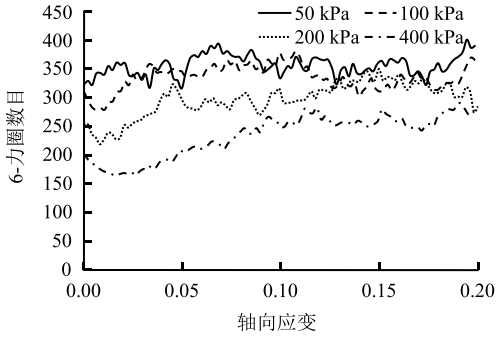
(a) 3-力圈随应变演化曲线



(b) 4-力圈随应变演化曲线



(c) 5-力圈随应变演化曲线



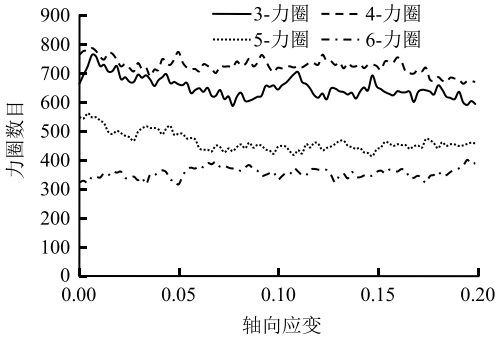
(d) 6-力圈随应变演化曲

图 10 力圈数目随轴向应变演化曲线

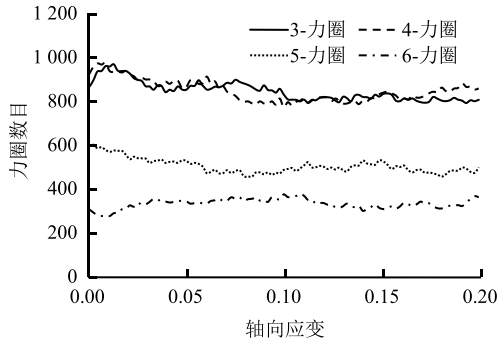
Fig.10 Evolution curves of force cycle-axial strain

同侧压下，力圈数目达到峰值对应的轴向应变是 5-力圈最小、4-力圈次之、3-力圈最小。从图 10(d)中可以看出，在加载过程中，6-力圈的数目在不同侧压下均随着轴向应变的增加先减小后增加，最后趋于稳定；侧压越大，6-力圈的数目越小。

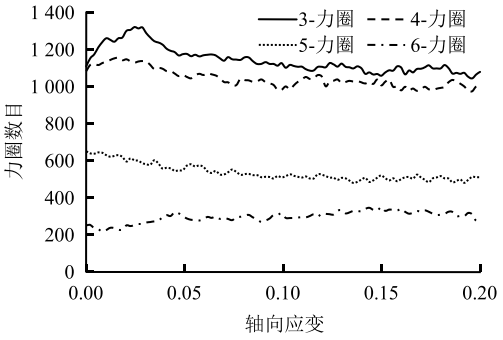
在加载过程中，由于旧接触的消失和新接触的产生使得网络中的力圈结构的数目动态变化，因此对试样在加载过程中不同侧向应力下的 3-力圈、4-力圈、5-力圈和 6-力圈的数目随轴向应变的演化进行统计，如图 11 所示。从图中可以发现，网络中



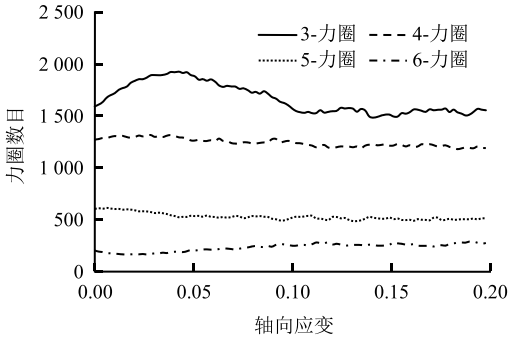
(a) 侧压 50 kPa



(b) 侧压 100 kPa



(c) 侧压 200 kPa



(d) 侧压 400 kPa

图 11 力圈随轴向应变演化曲线

Fig.11 Evolution curves of force cycle-axial strain

3-力圈和 4-力圈的数目最多，6-力圈数目最少。当侧压为 50 kPa 时，试样的 4-力圈数目最多，3-力圈次之，6-力圈最少；当侧压为 100 kPa 时，试样中 4-力圈和 3-力圈数目的差距减小，但网络中 4-力圈数目仍最多；但当侧压为 200 kPa 时，此时 3-力圈的数目最多，4-力圈次之，6-力圈最少；当侧压为 400 kPa 时，3-力圈数目最多，且远多于次之的 4-力圈数目，6-力圈数目最少。在加载过程中，随着侧压的增加，3-力圈数目的增长大于 4-力圈数目的增长，且低力圈（3/4-力圈）的数目多于高力圈（5/6-力圈），这说明在接触网络中 3-力圈、4-力圈对网络的稳定至关重要。该部分的详细内容参见相关文献[7-9]。

4　边坡在启动和滑动过程中的复杂网络结构参数演化

在坡体结构的启动与滑动中，坡体中的接触网络会发生变化，从而可以反映加载过程中坡体的起动与滑动过程。此处运用离散元方法建立无黏性土坡模型，对边坡的失稳（启动与滑动）过程进行了模拟，并运用复杂网络参数对其进行了分析。

4.1　边坡模型及变形特征

4.1.1　边坡模型的建立

此处颗粒的初始孔隙率、颗粒粒径以及计算参数与 3.1 节的相同，运用 Fish 语言建立无黏性土坡模型，对其失稳过程进行模拟的步骤如下。

（1）生成颗粒集合体。墙体采用刚性边界，在一个长 0.25 m、宽 0.10 m 的矩形区域内，颗粒间采用线性接触模型，并赋予 3.1 节中的模型计算参数，在重力作用下生成约 32 000 个颗粒，通过循环使模型达到应力平衡，得到初始矩形颗粒集合体。在这整个过程中，颗粒间的粒间摩擦系数为 0.0。

（2）形成边坡模型。删除矩形集合体的顶墙，给颗粒间的摩擦系数赋值，并根据开挖边坡的形状，运用 Fish 语言编写函数，对指定区域的颗粒进行开挖。为了减小在开挖过程中的扰动，分 3 次进行开挖，每次开挖 0.02 m，在每次开挖完成后进行平衡，释放底部和坡面的应力。开挖完成后得到边坡的坡度为 1:2，坡顶为自由面，底墙和侧墙无摩擦，为了便于观察颗粒的位移情况，将颗粒划分为矩形网格，并对其进行染色，每个网格边长为 0.01 m，含有约 100 个颗粒，生成的边坡模型尺寸如图 12 所示，约 23 000 个颗粒。

（3）模拟滑坡过程。边坡形成后，对坡顶部分颗粒直接施加荷载来模拟滑坡的起动和滑动过程。

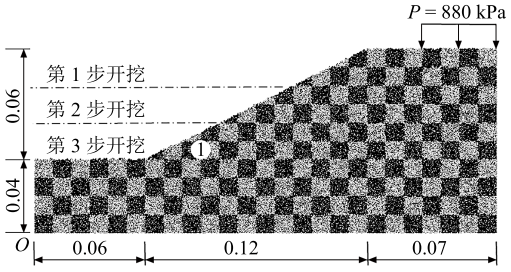
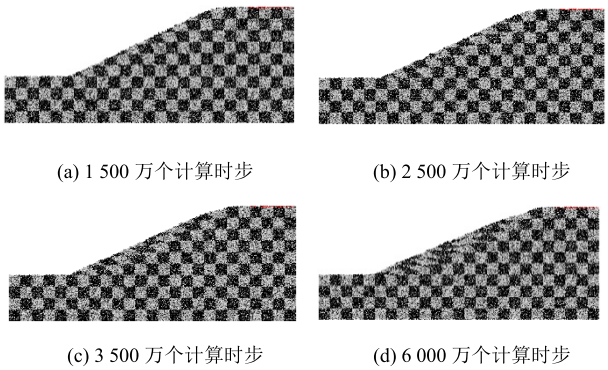


图 12　边坡模型（单位：m）
Fig.12　Slope model（unit: m）

将坡顶施加荷载的区域（如图 12 坡顶 0.04 m 范围）对应颗粒的接触模型改为线性平行黏结模型，将黏结部分的强度和刚度设置为足够大（20 GPa）来保证施加的荷载为均布荷载（荷载值为 880 kPa），并且限制这部分颗粒 x 方向的自由度。根据荷载颗粒的长度和荷载颗粒的数量将均布荷载换成直接作用在荷载颗粒上的集中力，来模拟均布荷载的作用。在计算开始之前，将颗粒的位移和速度都清零。在坡脚处布设编号为 1 的测量圆，用以检测滑坡过程中坡脚处孔隙率的变化，当计算时间步为 6 000 万时，计算停止。在加载过程中颗粒间的摩擦系数 f 取为 0.25、0.30、0.35、0.40。

4.1.2　边坡模型的变形特征

以粒间摩擦系数为 0.30 的坡体在不同时间步下的变形破坏特征进行分析，如图 13 所示。从图中可以观察到，在计算时间时步为 1 500 万时，边坡坡顶和坡脚的网格发生了明显的变形，这是因为边坡在变形过程中，先是边坡上部的颗粒向下滑动，并带动下部的颗粒滑动，使得坡体前缘底部出现隆起。在计算时间步为 2 500 万和 3 500 万时，边坡的网格变形越来越大，部分网格破坏，这是由于颗粒间只存在摩擦作用，颗粒间的平衡由接触力决定，当前面颗粒发生滑动后，后面的颗粒失去平衡也随之发生滑动，从而导致边坡发生较大规模的滑动。当计



(a) 1 500 万个计算时步　(b) 2 500 万个计算时步

(c) 3 500 万个计算时步　(d) 6 000 万个计算时步

图 13　边坡变形示意图（f = 0.30）
Fig.13　Sketch of slope deformation（f = 0.30）

算时间时步为 6 000 万时，边坡发生滑动的范围增大，滑动面上的颗粒发生较大的变形。从图中还可以看出，在整个滑动过程中，颗粒间没有出现明显的裂缝，边坡的破坏形式表现为塑性流动。且对比不同粒间摩擦系数发现，粒间摩擦系数越小，发生塑性流动的颗粒越多。

根据划分的矩形网格，以 O 为坐标原点对 y>0.04 m 的单个网格颗粒的平均位移路径进行统计，如图 14 所示为粒间摩擦系数为 0.30 的结果。由图可知，越靠近坡面的网格越容易沿着边坡向下发生滑动，其向下发生滑动的位移也越大；坡面中部网格的位移大于坡顶和坡脚网格的位移，这说明边坡大规模的滑动主要是由于坡体中部颗粒向下滑动引起的。从图 14 中还可以观察到，边坡发生滑动的范围为从坡面到离坡面 3 个网格间的颗粒。且随着粒间摩擦系数的减小，边坡发生滑动的范围由坡面逐渐向内扩大；滑动处同一位置的网格随着粒间摩擦系数的减小，其滑动位移也增加。

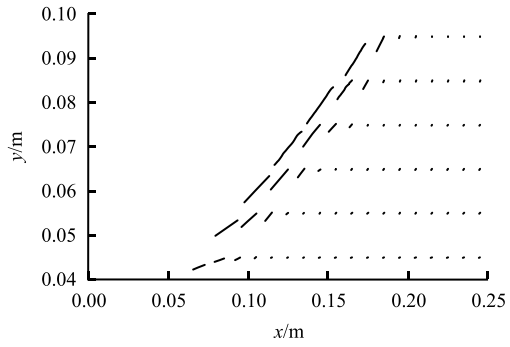


图 14 网格位移路径图（f = 0.30）

Fig.14 Path of grid displacement（f = 0.30）

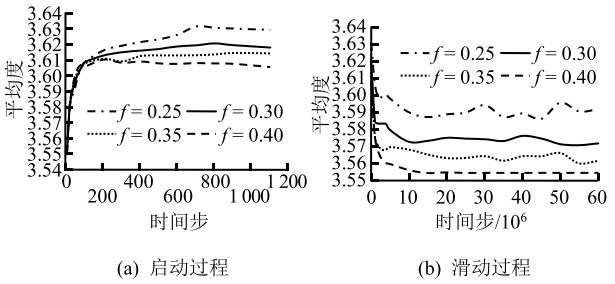
4.2 滑坡启动和滑动过程中的接触网络演化

边坡的失稳启动与滑动过程是一个较为复杂的过程，也是颗粒重新排列的过程，相应的接触网络会发生旧接触的消失和新接触的产生，因此坡体中的细观网络参数的演化可以反映滑坡启动与滑动过程。

4.2.1 滑坡启动与滑动过程中的平均度的演化

不同粒间摩擦系数下滑坡启动过程的平均度随计算时步的演化曲线分别如图 15(a)所示。从图中可以看出，随着计算时步的增加，平均度的值在计算时步较小时呈线性增加，后缓慢增加到峰值，最后有减小的趋势。这是由于初始时边坡部分坡顶受到均布荷载作用，不会快速发生滑动，而是在荷载作用下先受到压缩，因此在计算时步较小时平均度增加。而后随着计算时步的增加，坡体内部颗粒进行自我调整以求达到平衡状态，此时平均度增加较为缓慢；到达峰值后颗粒间轻微的自我调整难以达到平衡，因此边坡开始滑动，平均度值开始缓慢减小。且当计算时步相同时，粒间摩擦系数越小，平均度值越大，这是因为粒间摩擦系数越小，颗粒压缩程度越小，接触网络不太紧密，因此粒间摩擦系数越小，平均度值越大。

将滑坡启动阶段的峰值平均度作为滑动阶段的起点，得到不同粒间摩擦系数下滑动过程的平均度随时间步的演化曲线如图 15(b)所示。从中可以看出，初始滑动过程中坡体颗粒体发生剪切破坏，破坏带逐渐贯通使得坡体变疏松，因此不同摩擦系数下的平均度值在滑动初期先迅速减小；在破坏带贯通后，边坡开始发生大范围的滑动，使得颗粒重新排列，因此随着计算时步的增加，平均度开始趋于稳定；且平均度随着粒间摩擦系数的增加不断减小。



(a) 启动过程 (b) 滑动过程

图 15 不同摩擦系数下的平均度演化

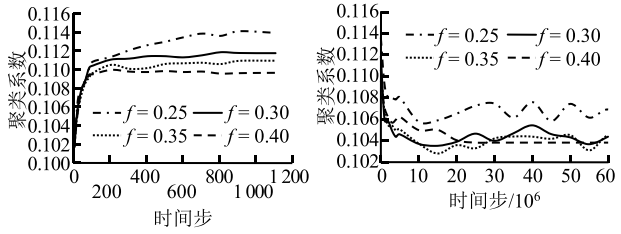
Fig.15 Evolution of the average degree of different frictional coefficients

4.2.2 滑坡启动与滑动过程中的聚类系数演化

不同粒间摩擦系数下滑坡启动和滑动过程的聚类系数随时间步的演化曲线如图 16(a)和图 16(b)所示，呈现出与图 15 中平均度演化相似的规律。由图 16(a)可知，在计算初期由于坡顶部分均布荷载作用使颗粒压密，使得颗粒紧密，此时接触网络的稳定性增加，因此聚类系数增加。增加到一定程度后，聚类系数随计算时步的变化较小。且粒间摩擦系数越大，在相同时间步下的聚类系数越小，这是因为颗粒间的粒间摩擦系数越大，颗粒越易压缩，整个网络的接触更为紧密，整个接触网络的稳定性增强，因此聚类系数随粒间摩擦系数的增大而减小。

将滑坡启动阶段的峰值聚类系数作为滑动阶段的起点，得到不同粒间摩擦系数下滑动过程的聚类系数随时间步的演化曲线如图 16(b)所示。由图可知，在初始阶段不同摩擦系数下的聚类系数均迅速减小，破坏带逐渐贯通，边坡发生滑动；在随后的滑动过程中，聚类系数虽有波动但逐渐趋于稳定。

随着粒间摩擦系数的增加，聚类系数不断减小；且粒间摩擦系数越小，滑动越剧烈，滑动过程中聚类系数的波动也越大。

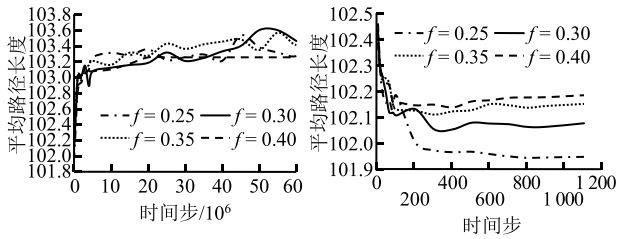


(a) 启动过程　　(b) 滑动过程

图 16　不同摩擦系数下的聚类系数演化
Fig.16　Evolution of the clustering coefficient for different frictional coefficients

4.2.3 滑坡启动与滑动过程中的平均路径长度演化

不同粒间摩擦系数下滑坡启动和滑动过程的平均路径长度随时间步的演化曲线如图 17(a)和图 17(b)所示。由图 17(a)可知，在初始时刻由于上部均布荷载的作用使得颗粒压密，颗粒之间变得紧密，因此平均路径长度迅速减小；压密到一定程度后，平均路径长度的变化较小；但粒间摩擦系数对平均路径长度的影响较小。将滑坡启动阶段的峰值平均路径长度作为滑动阶段的起点，得到不同粒间摩擦系数下滑动过程的平均路径长度随时间步的演化曲线如图 17(b)所示。从图中可以看出，随着计算时步的增加，平均路径长度是不断增加的，说明滑动过程使得坡体整体变得疏松；平均路径长度随粒间摩擦系数的减小而减小。这也是因为粒间摩擦系数越小，颗粒体越易被压缩，接触网络也更为紧密，所以平均路径长度也越小，颗粒间接收和传递力的效率增高，更容易进行信息交流。

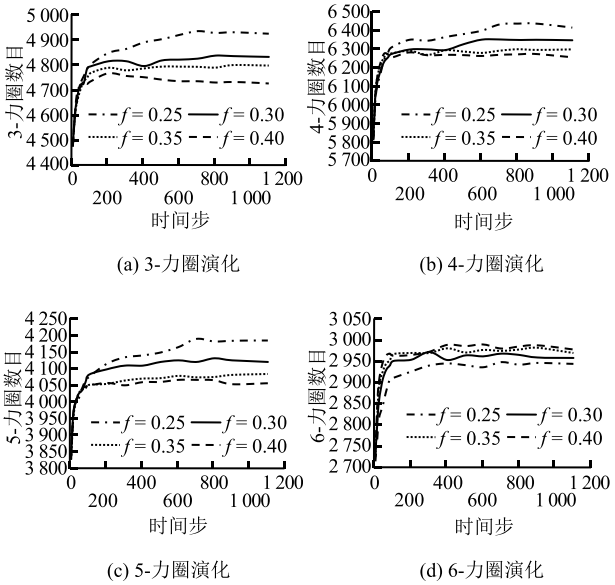


(a) 启动过程　　(b) 滑动过程

图 17　不同摩擦系数下的平均路径长度演化
Fig.17　Evolution of the average path length of different frictional coefficients

4.2.4 滑坡启动与滑动过程中的力圈演化

在不同粒间摩擦系数下滑坡启动过程的各力圈数目随时间步的演化曲线如图 18 所示。由图可知，接触网络中 4-力圈数目最多，3-力圈数目次之，6-力圈的数目最少。



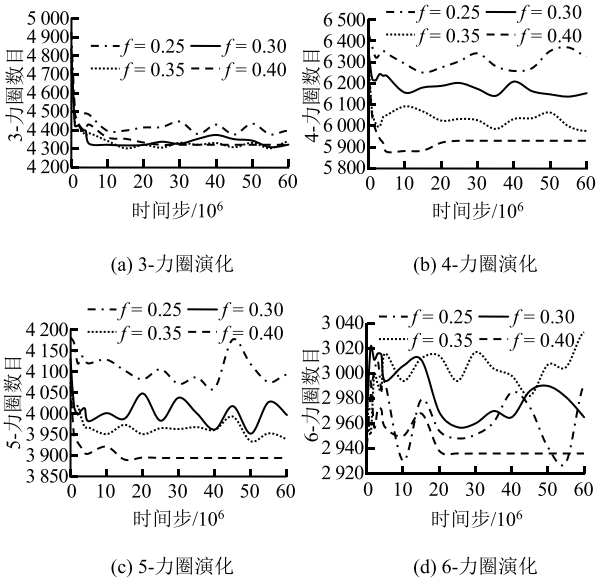
(a) 3-力圈演化　　(b) 4-力圈演化

(c) 5-力圈演化　　(d) 6-力圈演化

图 18　滑坡启动过程中力圈演化
Fig.18　Evolution of the force chain in the initiation process of landslide

随着计算时步的增加，3/4/5/6-力圈的数目不断增多，这是由于计算初期坡顶部分均布荷载作用使得颗粒被压密，接触网络变得紧密，因此坡体内部接触网络的各力圈结构的数目不断增加。从图 18 中还可以看出，随着粒间摩擦系数的减小，网络中 3/4/5-力圈的数目增加，6-力圈的数目减少。且最大粒间摩擦系数 3/4-力圈的数目比最小粒间摩擦系数约少 200 个，5-力圈的数目少 100 个，6-力圈的数目多约 50 个，这说明粒间摩擦系数对接触网络中 3/4-力圈数目的影响最大，5-力圈次之，6-力圈最小。

将滑坡启动阶段的峰值力圈数目作为滑动阶段的起点，得到不同粒间摩擦系数下滑动过程的力圈数目随时间步的演化曲线如图 19 所示。由图可知，滑动过程接触网络中 4-力圈数目最多，3-力圈次之，6-力圈最少。不同粒间摩擦系数下的 3-力圈数目先迅速减小，而后随着时间步的增加，3-力圈结构的数目逐步趋于稳定。相同计算时间步下，粒间摩擦系数为 0.25 的网络中 3-力圈数目最多，但其他粒间摩擦系数的网络中 3-力圈数目非常接近。不同粒间摩擦系数下的 4/5-力圈数目均先减小，后趋于稳定；随着粒间摩擦系数的增加，4/5-力圈的数目减小。滑动过程中 6-力圈数目变化较大，但粒间摩擦系数对 6-力圈数目的影响并无明显的规律。



(a) 3-力圈演化 (b) 4-力圈演化

(c) 5-力圈演化 (d) 6-力圈演化

图 19 滑坡运动过程中力圈演化

Fig.19 Evolution of the force chain in the process of movement of landslide

5 复杂情况下颗粒材料的网络结构参数演化分析

采用以上的接触网络分析方法，对考虑颗粒形状、中主应力、循环加载条件下的颗粒材料的细观结构演化进行分析。

5.1 不同颗粒形状试样的细观结构演化分析

本节采用离散元分别模拟了由圆形、正方形和片状颗粒组成试样的双轴压缩试验，探讨了颗粒形状对试样宏观应力–应变的影响，分析了不同颗粒形状下度（包括平均度）和修正后的聚类系数的演化[10-13]。

5.1.1 双轴模拟及宏观分析结果

采用颗粒形状系数（AR）对颗粒形状进行定量，分别得到圆形、正方形和片状颗粒的颗粒形状系数为 1.00、0.88 和 0.50。模拟采用的试样盒尺寸高×宽为 105 mm×70 mm，计算参数如表 1 所示，试样的相对密度为 0.7，生成的试样包含圆形颗粒 3 947 个，正方形颗粒 4 070 个，片状颗粒 4 182 个。模拟侧向压力为 200、400、600 kPa，采用的恒定剪切速度值为 0.8 mm/s，确保了准静态加载条件。当轴向应变达到 20%时，停止加载。

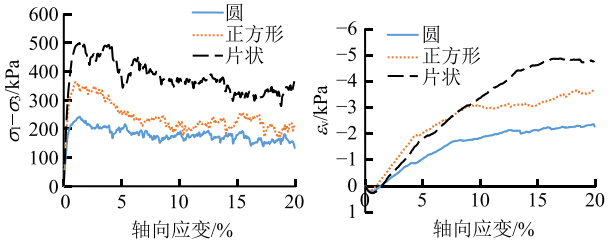
表 1 DEM 计算参数

Table 1 Computational parameters of DEM

颗粒尺寸（半径）/mm	0.6～1.2
颗粒密度/(kg·m^{-3})	2 630
阻尼系数	0.7
颗粒与颗粒间摩擦系数	0.5
颗粒与墙体间摩擦系数	0.0
颗粒/墙法向刚度/(N·m^{-1})	1.5×10^8
颗粒/墙切向刚度/(N·m^{-1})	1.0×10^8

以下仅介绍侧压 200 kPa 的结果，如图 20 所示为圆形、正方形和片状颗粒分别组成的试样的主应力差–轴应变曲线。由图 20(a)可以看出，圆、正方形和片状颗粒试样的主应力差随轴向应变演化曲线都呈现为主应力差在加载初期迅速增加，随后达到峰值状态，然后出现软化现象并且最后到达临界状态。且试样的峰值和残余状态主应力差都随着 AR 减小而增大。原因如下：在试样受压缩过程中，试样内部的颗粒通过相对滑移和旋转进行运动。可以发现两个圆形颗粒间有且只有 1 个接触，而两个不规则形状颗粒间的接触通常情况下都大于 1 个。一个颗粒周边的接触数目越多，这个颗粒发生相对滑动和转动受到的限制也就越强，所以使不规则颗粒发生运动的外力大于使圆形颗粒发生运动的外力。并且颗粒的长轴能抑制颗粒发生转动，即颗粒的 AR 越小，颗粒旋转受到的阻力越大。

由图 20(b)可以看出，圆、正方形和片状颗粒分别组成的试样的体应变都呈现出先有少量体积压缩出现在剪切初期，随着剪切位移增大，剪缩量达到最大值后逐渐出现剪胀，最后试样达到临界状态，体积应变变化量减少并且体积应变大小趋于平稳。在相同围压条件下，圆形颗粒试样的临界状态剪胀量最小，正方形颗粒试样的临界状态剪胀量居中，片状颗粒试样的临界状态剪胀量最大，即试样临界状态剪胀量随着颗粒形状参数细长比的变小而增大。试样的体积应变主要与试样受剪过程中颗粒形成孔隙的能力有关，颗粒形状由圆形经正方形到片状，颗粒形状越来越细长（即细长比越来越小），颗粒在试样内部发生旋转需要的空间也越来越大。根据以上分析，片状颗粒试样中的片状颗粒发生旋转给试样带来的剪胀量最大，正方形颗粒试样的正方形颗粒发生旋转给试样带来的剪胀量居中，圆形颗粒试样的圆形颗粒发生旋转给试样带来的剪胀量最



(a) 应力–应变曲线 (b) 体变–应变曲线

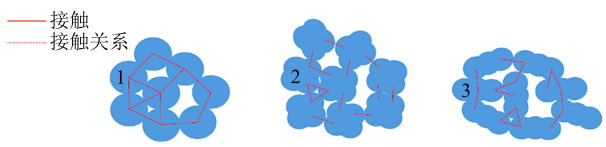
图 20 侧压 200 kPa 时的应力–应变曲线

Fig.20 Stress-strain curves at 200 kPa lateral stress

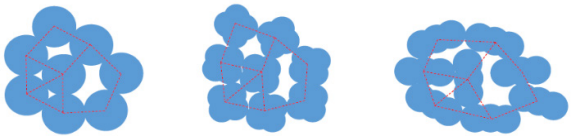
小，所以圆、正方形和片状颗粒试样在临界状态下的剪胀量依次增大。

5.1.2 度与平均度

图 21 示意了对分析度与平均度以及颗粒材料的细观结构的接触关系的处理方式。当研究颗粒的度及试样平均度时，颗粒表面的所有接触都需要考虑，如图 21(a)中颗粒 1 有 3 个接触，故该颗粒的度为 3，颗粒 2 和颗粒 3 表面分别都有 4 个接触，故它们的度都为 4。当分析粒状材料细观结构时，不再考虑颗粒表面的接触数目，相应地只考虑颗粒间的接触关系，如图 21(b)所示。



(a) 度与平均度

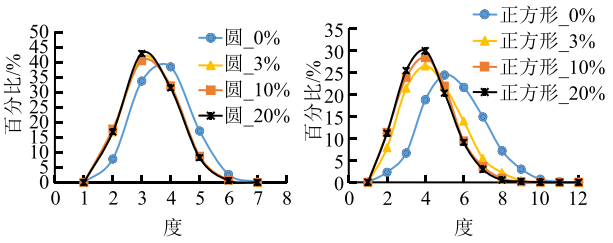


(b) 颗粒材料细观结构

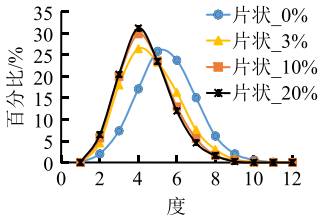
图 21　接触关系

Fig.21　Contact relationships

在侧压 200 kPa 条件下，试样内各个度的颗粒数目占试样内总颗粒数目的百分比分布曲线（即度分布曲线）如图 22 所示。由图可知，同一颗粒形状试样在初始状态的度分布曲线相较后续剪切状态的度分布曲线更靠右侧，随着剪切增加，度分布曲线迅速向左侧移动，轴向应变 10%和 20%状态时的度分布曲线已经相互重合在一起。同时发现圆形颗粒试样从初始状态被剪切至临界状态过程中，度为 4 或者度更高的颗粒（高度颗粒）在试样内部所有颗粒中占的百分比有所下降；而度为 3 或者度更低的颗粒（低度颗粒）在试样内部所有颗粒中占的百分比出现增长。正方形颗粒试样从初始状态被剪切至临界状态过程中，度为 5 或者度更高的颗粒在试样内部所有颗粒中占的百分比有所下降；而度为 4 或者度更低的颗粒在试样内部所有颗粒中占的百分比出现增长。片状颗粒试样从初始状态被剪切至临界状态过程中，度为 5 或者度更高的颗粒在试样内部所有颗粒中占的百分比有所下降；而度为 4 或者度更低的颗粒在试样内部所有颗粒中占的百分比出现增长。这是因为试样剪切不久后就表现出体积膨胀，此时试样内部颗粒接触数目减少，度高的颗粒向度低的颗粒转变，所以度高的颗粒占的百分比减少而度低的颗粒占的百分比增加。



(a) 圆形颗粒试样　　(b) 正方形颗粒试样



(c) 片状颗粒试样

图 22　侧压 200 kPa 时的度分布曲线

Fig.22　Distribution curves of degree at 200 kPa lateral stress

在 200 kPa 侧压时圆、正方形和片状颗粒试样的平均度随轴向应变的演化曲线如图 23 所示。由图可知，3 种形状颗粒试样的平均度随着轴向应变的增加开始都略有增加，然后平均度迅速降低，最后平均度稳定在某一值附近。这是因为在开始压缩阶段，竖直方向压缩生成的颗粒接触大于水平方向因墙体膨胀消失的颗粒接触，所以此时试样的平均度略有增加；随着剪切进行，生成的颗粒数目逐渐少于消失的颗粒数目，此时试样的平均度开始减少；当试样内部生成的颗粒数目与消失的颗粒数目平衡时，试样的平均度达到稳定。另一方面，在同一围压下，发现颗粒形状的不同导致试样平均度的大小也不一致。圆形颗粒试样的平均度随轴向应变演化曲线总是位于 3 种形状颗粒试样平均度演化曲线的最下方，而片状颗粒试样的平均度随轴向应变演化曲线总是位于 3 种形状颗粒试样平均度演化曲线的最上方。由图 23 可以发现，圆形颗粒表面的接触明显少于不规则颗粒，所以圆形颗粒试样的平均度总是最小的；而正方形和片状颗粒表面的接触较为类似，故在初始状态正方形和片状颗粒试样的平均度大小十分接近；随着轴向应变增加，片状颗粒试样承担的大主应力逐渐大于正方形颗粒试样，此时片状颗粒试样竖直方向的颗粒接触多于正方形颗粒试样在该方向的颗粒接触，而因为水平向压力大小一

致，所以在水平方向它们的颗粒接触数目类似，故片状颗粒试样的平均度逐渐大于正方形颗粒的平均度。

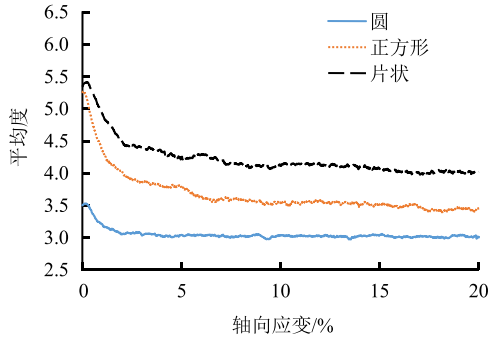


图 23 侧压 200 kPa 时的平均度演化
Fig.23 Evolution of the average degree at 200 kPa lateral stress

5.2 不同中主应力时试样的细观结构演化分析

本节采用离散元模拟不同平均应力时当中主应力系数（$b=(\sigma_2-\sigma_3)/(\sigma_1-\sigma_3)$）变化时的土颗粒体试样的应力−应变和体变变化规律，探讨了中主应力系数对试样宏观应力−应变的影响，分析了中主应力系数对平均度和聚类系数的影响[14-15]。

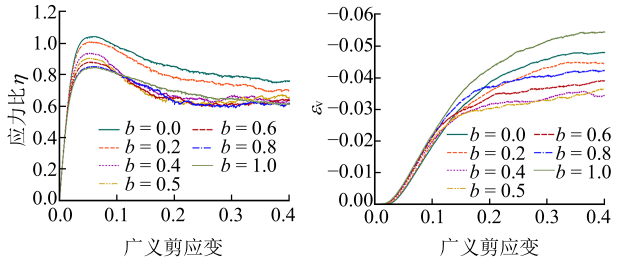
5.2.1 不同中主应力系数时的模拟结果

采用离散单元法生成 16 500 个球形颗粒组成的试样，试样初始尺寸为 21 mm 的立方体，试样的初始孔隙率为 0.39，球形颗粒的大小在$[\frac{2}{3}R,\frac{4}{3}R]$区间随机分布（$R$ 为平均半径，R = 0.42 mm），球形颗粒之间的接触关系满足经典的线弹性−理想塑性关系，且满足库仑摩擦关系。法向刚度 $K_n=5\times10^7$ N/m，刚度比 $v=K_s/K_n=0.25$，粒间摩擦系数为 0.45，密度 $\rho=2\ 630$ kg/m^3。

在加载过程中控制平均应力 p 为 400 kPa，进行不同的中主应力系数 $b=0.0$、0.2、0.4、0.5、0.6、0.8 和 1.0 的模拟，得到的应力比 $\eta=q/p$、剪应变及体变曲线如图 24 所示。由图 24(a)可见，随着剪应变的增加，应力比逐渐增大达到峰值，然后逐渐降低趋于稳定；在压缩状态时（$b=0.0$）应力比最大，然后随着 b 值的增大应力比峰值在逐渐降低，在伸长状态（b = 1.0）时应力比峰值最小；残余状态也呈现出类似规律，这与相同密实砂土的规律是类似的。由图 24(b)的体变曲线可见，加载初期体缩然后发生较大体胀，且在伸长状态（b = 1.0）时体胀量最大。

5.2.2 平均度与聚类系数的演化规律

平均度的演化见图 25，由图可见，加载初期平均度快速降低到某一临界值，然后逐渐降低趋于稳定值。在加载初期体积稍有收缩，平均度的变化很小，然后出现体胀，颗粒之间的接触大量失去，平均度就快速降低。伸长状态（b = 1.0）时的平均度最小，其体胀量最大，颗粒最疏松，压缩状态（b = 0.0）次之，在其余中主应力下残余状态时的平均度稍大。



(a) 应力比−剪应变关系 (b) 体变−剪应变关系

图 24 不同 b 值时的应力−应变关系（p = 400 kPa）
Fig.24 Stress-strain relationships of different b values (p = 400 kPa)

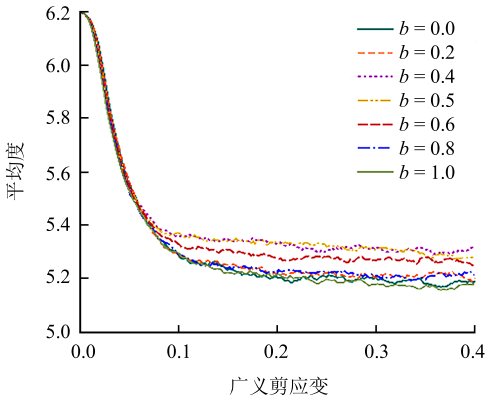


图 25 不同 b 值时的平均度演化
Fig.25 Evolutions of the average degree of different b values

聚类系数的演化见图 26，由图可见，对于不同的中主应力加载路径，聚类系数呈现出与平均度类似的变化规律。在加载初期，聚类系数与平均度都较大；随着应变增大，试样应变硬化直到峰值状态，聚类系数与平均度都降低；到达残余状态时，二者都趋于稳定的数值。不同的 B 值，影响聚类系数与平均度降低的速率以及达到残余状态的数值。

此处仅是对中主应力影响接触网络参数的初步探讨，对影响机制的解释需要开展深入的研究。

5.3 循环荷载下试样的细观结构演化分析

本小节利用离散元生成了纯摩擦的颗粒试样，对试样进行常体积下的循环加载模拟，量化试样内的接触网络，从细观演化机制角度解释砂土类材料的宏观物理现象[16-17]。

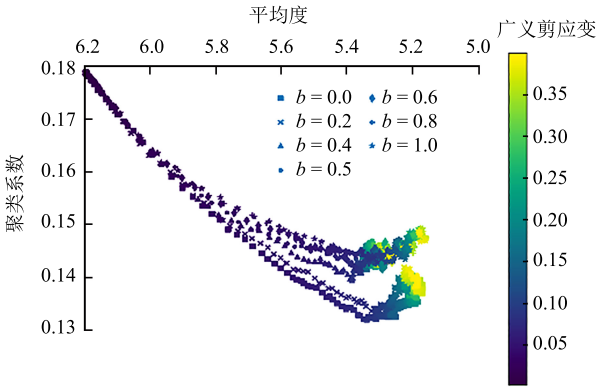


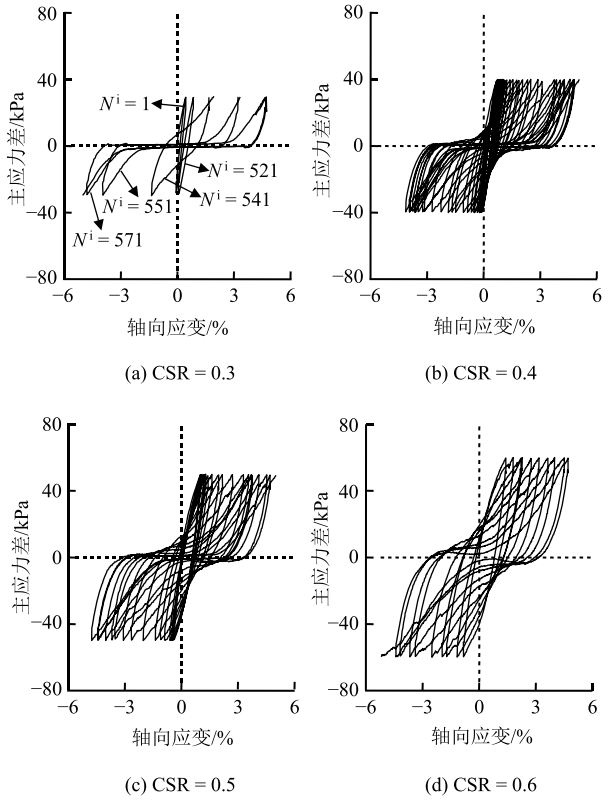
图 26　不同 *b* 值时的聚类系数演化
Fig.26　Evolutions of the clustering coefficient of different *b* values

5.3.1　双轴试样的循环加载模拟

颗粒的粒径范围为 0.54～1.0 mm，平均粒径为 d_{50} = 0.837 mm。初始试样的高度、宽度分别为 8、4 cm，为了保证边界颗粒的运动不受影响，设置墙体的摩擦系数为0，试样内部颗粒的摩擦系数为0.5，阻尼系数为 0.25。接触法向刚度与接触切向刚度数值为 2.0×10^7 N/m，颗粒数目总计为 5 318。取试样的破坏标准为轴向应变的绝对值，达到 5%，即 $|\varepsilon_1|=5\%$。在加载过程中保持体积不变，可以通过控制墙体的速度来实现。定义循环剪应力比 CSR 为循环荷载幅值 σ_d 与围压的比值：$\mathrm{CSR}=\sigma_d/\sigma_2$，模拟的侧压为 50、100、200 kPa 和 400 kPa。

图 27 给出了 100 kPa 侧压下不同循环荷载幅值下试样的主应力差与轴向应变的关系曲线。为了便于观察，对循环荷载幅值较小、试样的破坏振次较大的试验曲线，仅给出部分振次下的应力–应变曲线，在图中标注出该曲线对应的循环次数 N^i 的数值。从图中可观察到，循环加载初期的应力–应变关系曲线滞回圈曲线较为密集、面积较小，试样产生的变形较小，永久变形累积缓慢，但在循环加载一定次数之后，滞回圈曲线逐渐变得疏松、面积显著增加，且增加速率越来越大，滞回圈逐渐向右倾斜，轴向变形发展逐渐加快，直到试样最终破坏。

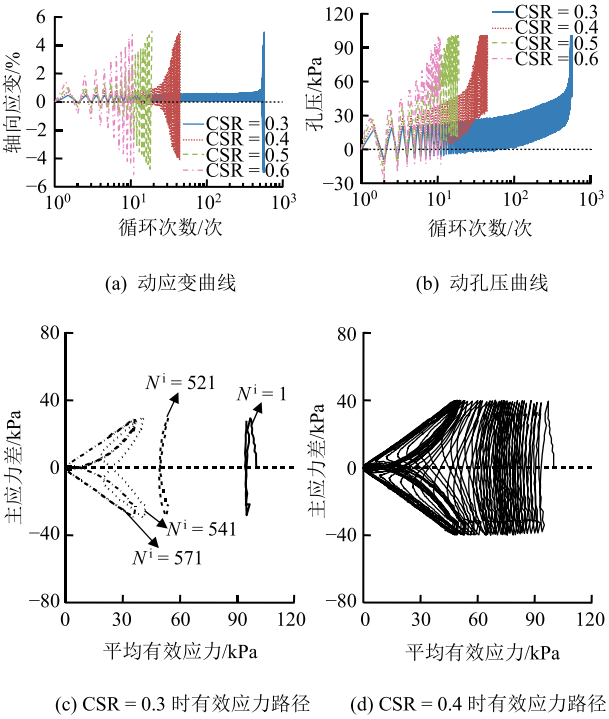
图 28(a)给出了模拟试样的轴向应变随循环加载次数增加而变化的关系曲线。由图可看出，试样的轴向应变随循环加载次数的变化曲线呈喇叭口形状，并且根据发展趋势可将其分为两个阶段：①轴向应变的波动幅度较小，累积增加速率较低；②经过一定次数的循环加载之后，轴向应变的变化幅度与发展速率迅速增大，直到轴向压缩或者拉伸应变达到 5%。CSR 的增加会使轴向应变受影响产生较大的变化幅度，加剧试样的变形程度，使其经历较小的循环加载次数后便达到破坏标准。图 28(b)给出了计算得到的动孔隙水压力随循环次数的变化规



(a) CSR = 0.3　(b) CSR = 0.4

(c) CSR = 0.5　(d) CSR = 0.6

图 27　侧压 100 kPa 时的动应力–应变曲线
Fig.27　Dynamic stress-strain curves of 100 kPa lateral pressure



(a) 动应变曲线　(b) 动孔压曲线

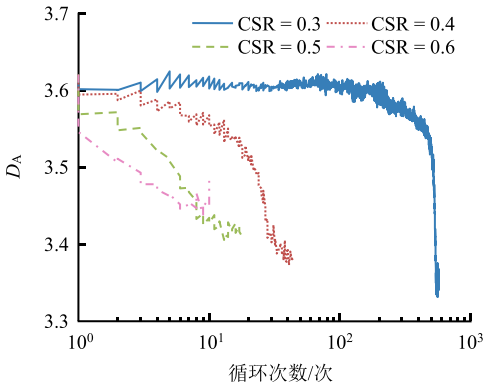
(c) CSR = 0.3 时有效应力路径　(d) CSR = 0.4 时有效应力路径

图 28　动应变、动孔压、有效应力路径（侧压 100 kPa）
Fig.28　Dynamic stress, dynamic pore pressure and effective stress path of 100 kPa lateral pressure

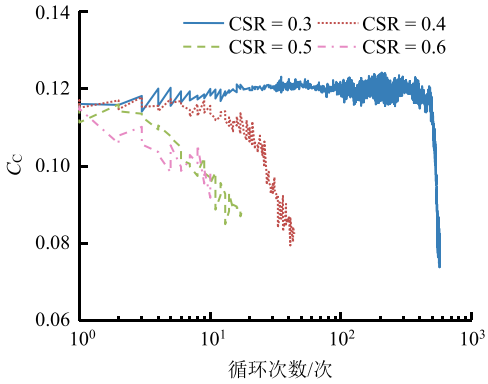
律。可以发现动孔压随循环次数逐渐累积增加，其增长速率受循环荷载振幅影响，CSR 越大、围压越高，单次加−卸载循环内的孔压波动幅度越大，循环加载初期的孔压累积增长越快。在循环加载后期试样的孔隙水压力峰值接近围压，即出现了液化现象。图 28(c)给出了模拟试样在循环加载过程中的有效应力路径。从图中可以看出，随着循环加载进行，应力路径曲线逐渐向有效应力减小的方向发展，并且曲线由疏松变得密集。循环加载后期的应力路径曲线几乎重合，有效应力在变化过程中重复向 0 逼近，即试样在达到初始液化之后，便反复发生液化，直到最终破坏。

5.3.2 循环加载过程中的细观结构演化

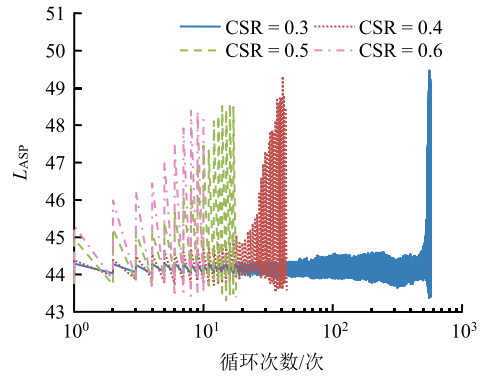
图 29(a)绘出了在 100 kPa 侧压下平均度 D_A 随循环次数的演化曲线。从图中可观察到，在循环加载过程中，幅值较大的循环荷载必然会造成更多的扰动，使颗粒的排列与粒间接触均受到较大影响，则经过相同的循环加载次数后的平均度更小；当 CSR 较小时，在循环加载初期的变化较为平缓，加载一定次数之后，平均度开始出现明显的降低趋势。由此可见，虽然循环荷载幅值较小，但多次重复的循环加载仍会使试样的接触数目减少，即试样的接触网络密度受循环荷载幅值与循环加载次数共同影响。图 29(b)给出了聚类系数 C_C 随循环次数的变化关系曲线。可以看出，当循环剪应力比较小时，在循环加载初期的聚类系数有轻微的增大，但总体呈现出随循环次数增加而逐渐减小的规律。在循环加载过程中，试样内颗粒组成的闭三元组由于颗粒移动和接触减少而不断破坏，继而转变为开三元组，接触网络中的闭三元组的比例逐渐减小，表明试样的细观结构稳定性降低。平均度与聚类系数随循环次数的演化规律十分相似，二者均可用于量化分析试样内颗粒的接触网络状态。但它们具有不同的物理意义，所揭示的细观结构的特征也不同：平均度反映了细观结构中接触的密度，而聚类系数则反映了细观结构的稳定性。由图 29(c)可以观察到，随着循环加载的进行，所有试样的最短路径 L_{ASP} 波动幅度越来越大，加−卸载过程使网络传递接触力的效率逐渐降低，试样受到扰动的范围不断扩大，直至破坏。



(a) 平均度演化曲线



(b) 聚类系数演化曲线



(c) 平均最短路径演化曲线

图 29 结构参数演化（侧压 100 kPa）

Fig.29 Evolution of structural parameters of 100 kPa lateral pressure

6 考虑接触网络参数的力学特性分析

依照接触网络中的概念和分析方法，可以对粒状材料的微观、细观、宏观尺度进行划分，具体如下：接触网络参数中的节点度（或者点度）和聚类系数可以反映单个颗粒与周围颗粒的接触关系，这一尺度是微观尺度；力圈反映的是几个颗粒之间的接触关系，力链反映的也是多个颗粒之间的传力和接触特性，这一尺度是细观尺度；平均度、网络的聚类系数、平均路径长度、最小费用最大流（简称最大流）等反映的是试样整体的接触和传力性质，这一尺度是宏观尺度。

分析和掌握颗粒体试样的接触网络参数演化规律，有两个方面的用途：一是对坡体等结构体的失稳启动及滑动过程进行分析，如第 4 部分开展的

边坡在失稳启动和滑动过程中的复杂网络结构参数演化分析；二是对单元体（试样）可以建立接触网络参数与宏观的力学特性之间的相关关系，比如屈服面等的演化，从而建立相应的本构模型。

6.1　状态参数与平均度

本节利用 5.1 节中圆、正方形和片状颗粒试样的模拟结果，探讨了临界状态下颗粒形状对粒状材料的临界状态线的影响，建立了状态参数与平均度之间的关系式并与双轴模拟结果进行了对比[10]。

6.1.1　颗粒形状对临界状态线的影响

认为轴向应变 20%时试样达到临界状态。参考 Li 等[18]的研究成果，在 $e_c-(p/p_a)^{\xi}$ 平面内可以近似表示为一条直线，定义如下：

$$e_c = e_\Gamma - \lambda_c (p/p_a)^{\xi} \tag{7}$$

式中：e_c 为试样在临界状态下的孔隙比；$p=(\sigma_1+\sigma_3)/2$，p_a 为标准大气压（101 kPa）；e_Γ、λ_c 和 ξ 为无量纲材料常数；ξ 在本文中取为 0.7。

由模拟所得结果绘制的临界状态线与式（7）的计算结果相互比较并且绘制在 $e_c-(p/p_a)^{\xi}$ 平面中，如图 30 所示。

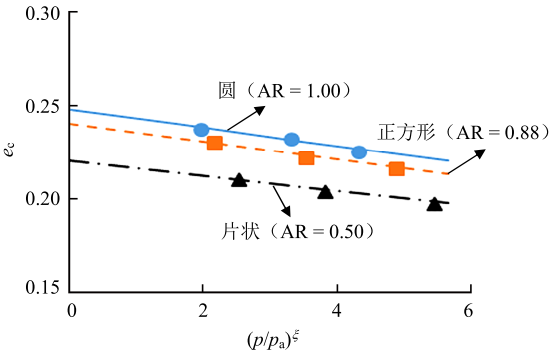


图 30　临界状态线
Fig.30　Critical state line

6.1.2　状态参数与平均度间之间的关系

状态参数 Ψ 定义为相同围压条件下试样所处状态的孔隙比与试样达到临界状态时的孔隙比之差，如下式所示：

$$\Psi = e - e_c = e - \left[e_\Gamma - \lambda_c (p/p_a)^{\xi}\right] \tag{8}$$

此外，试样平均度代表试样内部接触信息，能从微观尺度确定试样所处状态。此处给出 Ψ 随轴向应变的演化关系和平均度随轴向应变的演化关系，通过建立 Ψ 和平均度间的关系使宏观参数 Ψ 可以考虑微观尺度信息，具体参见文献[10]。

图 31 给出了平均度随状态参数的演化曲线，可以看出，Ψ 由初始状态向临界状态变化的过程中，平均度先略微上升，然后迅速减小至稳定值，最后在稳定值附近波动。当平均度达到其稳定值时，Ψ 仍未逼近临界状态。这说明当微观尺度上生成的接触数目与消失的接触数目平衡后，试样内部细观结构（主要是圈结构调整内部孔隙）仍然在发生变化导致试样的宏观体应变和剪应力发生改变。

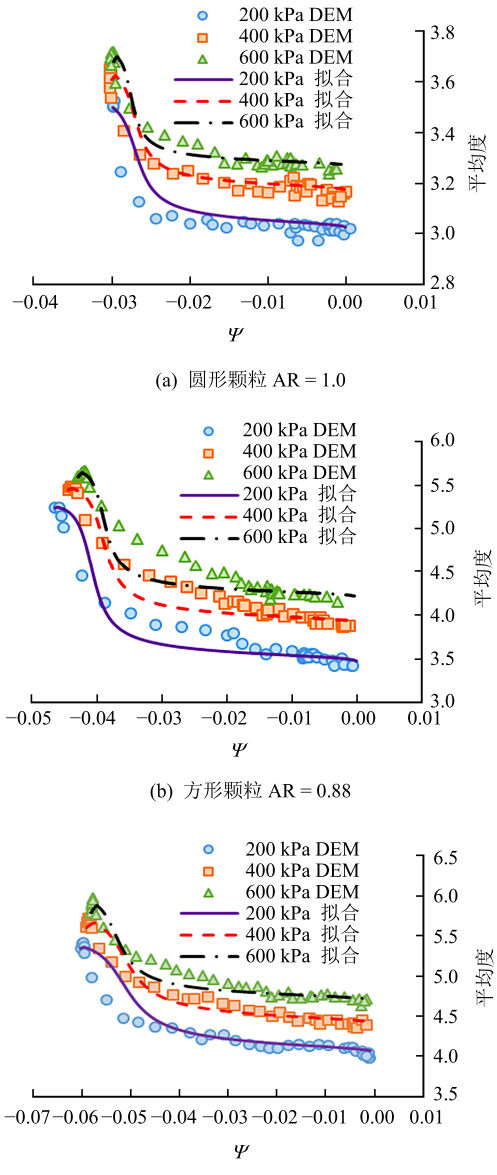


图 31　平均度随状态参数的演化曲线
Fig.31　Evolution curves of the average degree versus state parameter

6.2　循环加载条件下的宏观力学特性与细观参数演化分析

本节将结合 5.3 节数值模拟得到的试样的宏观力学行为与接触网络的演化规律，并添加两个细观参数：加权平均度、加权闭三元组比，进一步分析

宏观力学特性与细观结构演化之间的相关性[19]。

6.2.1 加权平均度与孔压演化相关性

定义加权平均度 D_{WA} 为以颗粒间的法向接触力数值作为权重计算得到的平均度，其计算式如下：

$$D_{\mathrm{WA}}=\frac{1}{n_{\mathrm{v}}}\sum_{i,j=1}^{n_{\mathrm{v}}}w_{ij}a_{ij} \tag{9}$$

式中：w_{ij} 为颗粒 i 与颗粒 j 间的接触力数值，则计算得到的 D_{WA} 可表示试样内颗粒受到的接触力平均值。

导出每个加−卸载循环中循环剪应力分别达到峰、谷值时的接触数据以计算加权平均度，并择取同步的孔压值（上方为峰值、下方为谷值），绘出二者的关系曲线于图 32 中，可见在循环剪应力峰、谷值点处的孔压与加权平均度 D_{WA} 分别成线性相关，D_{WA} 可代表由接触网络承担的外部作用数值。依据有效应力原理，外荷载由土骨架与孔隙水共同承担，而在砂土的所有模拟中，孔压随着 D_{WA} 减小而增大，表明接触网络所承担的应力逐渐减少，因此使孔压出现增长趋势。

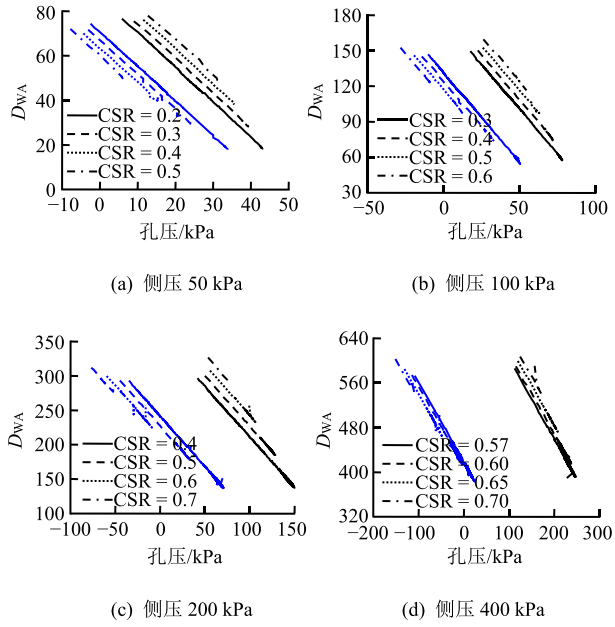


图 32 加权平均度与孔压关系

Fig.32 Relationships between dynamic pore pressure and weighted average degree

6.2.2 动强度与加权平均度的关系

图 33 展示了试样达到破坏标准时的加权平均度 D_{WAf} 与破坏振次 N_{f}、循环剪应力比 CSR 三者的数值间的关联。可见，试样的加权平均度越大表明接触网络承担的应力水平越高。在同一围压下，当 CSR 越大时，加权平均度越大，即试样破坏时接触网络的应力水平越高，试样内的颗粒受到的作用力越大。因此，即使破坏时接触网络的平均度与聚类系数数值均较大、细观稳定性较强，试样仍在较少的循环次数之后便发生破坏。颗粒接触的排列性状不足以描述试样的力学行为，这也是此处增加加权平均度作为细观结构参数的原因。

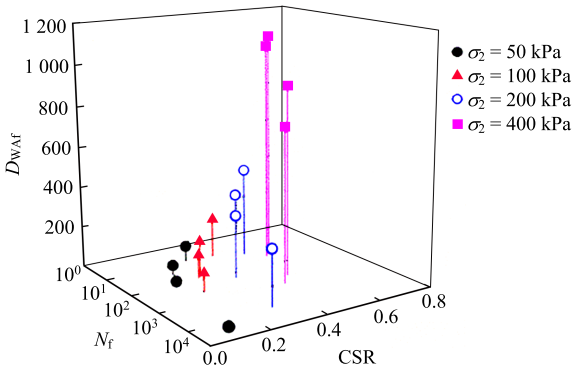


图 33 动强度、CSR 及加权平均度的关系

Fig.33 Relationships among dynamic strength, CSR and weighted average degree

6.2.3 加权连通三元组比与孔压演化相关性

基于聚类系数的定义，提出由边的权重（即颗粒间的接触力数值 w_{ij} 作为权重）计算颗粒在闭三元组里的总接触力与所有三元组的总接触力的比值，此变量记作加权连通三元组比 $\mathrm{WR_f}$（the weighted ratio of connected triads），如图 34 所示，颗粒 i 与三个颗粒 j、k、l 接触，接触力分别为 f_{ij}、f_{ik}、f_{il}，其中，颗粒 i 与颗粒 j、k 组成了闭三元组，而其余的颗粒组合则为开三元组。

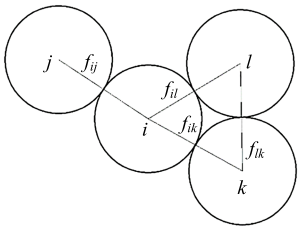


图 34 加权三元组示意图

Fig.34 Sketch of the weighted triads

以颗粒 i 为例，处于闭三元组的接触力为 f_{il} 与 f_{ik}，而处于两组开三元组的接触力分别为 f_{ij} 与 f_{ik}、f_{il} 与 f_{ij}，则针对单个颗粒的加权连通三元组比 $\mathrm{WR_{fi}}$ 的计算式为

$$\mathrm{WR_{fi}}=\frac{f_{ik}+f_{il}}{(f_{ik}+f_{il})+(f_{ij}+f_{il})+(f_{ik}+f_{ij})} \tag{10}$$

采用下式计算平均加权连通三元组比 $\mathrm{MWR_f}$ 的

计算式为

$$\mathrm{MWR_f}=\frac{1}{n_v}\sum_{i=1}^{n_v}\frac{\sum_{k>j}(f_{ij}+f_{ik})a_{ij}a_{ik}a_{jk}}{\sum_{k>j}(f_{ij}+f_{ik})a_{ij}a_{ik}} \tag{11}$$

分别提取出加−卸载循环中循环剪应力达到峰值、谷值时的孔压与接触数据，并计算得孔压与 σ_2 的比值 R_u 与 $\mathrm{MWR_f}$，绘出 R_u 与 $\mathrm{MWR_f}$ 的关系曲线于图 35（侧压 100 kPa，实心、空心符号分别表示循环剪应力达到最大、最小时的数值）。试样中的颗粒通常以链或者环的形式排列，无限大的环在理想情况下可视为线性链。众所周知，从几何角度而言，所有环状结构中三颗粒组成的 3 圈（3-cycle）结构最稳定，其有利于加强整体结构承担与传递荷载的能力，并且一定程度上能限制颗粒的旋转与移动。因此当 $\mathrm{MWR_f}$ 减小时，颗粒上的力由 3 圈承担和传递的比例减少，试样内部更易发生扰动与局部变形，颗粒的旋转与移动的阻碍减小，接触网络整体的结构强度降低，从而导致试样的变形与孔隙水压力的增加。总的来说，$\mathrm{MWR_f}$ 是量化颗粒试样的细观结构上各类三元组荷载承担比例的变量，根据该变量的演化也可以较好地解释试样的宏观力学行为。

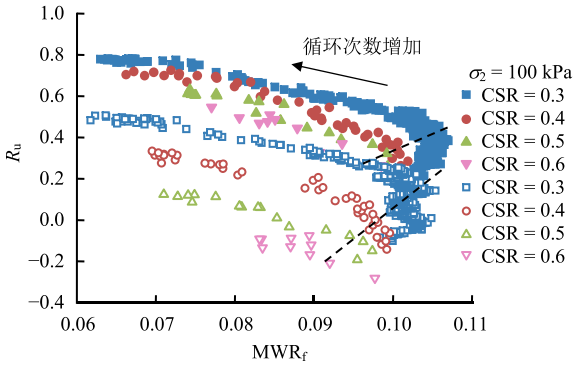


图 35　$\mathrm{MWR_f}$ 与 R_u 演化关系图
Fig.35　Evolution of $\mathrm{MRW_f}$ and R_u

从图 35 中可看出，随着循环次数增加，R_u 始终增大，而 $\mathrm{MWR_f}$ 先轻微减小，随后减小速率加快。结合前文关于平均度、聚类系数的描述可分析得，在循环加载初期试样内的细观结构在受到外力作用后的破坏程度较低，由稳定结构承担的荷载比例较大；但在达到一定循环次数之后，细观结构的接触数目、闭三元组比例均减小，而由稳定结构承担的荷载比例也降低，作用在排列松散的颗粒上的力增大，试样受到的扰动影响与破坏逐渐累积，使结构强度迅速降低，变形与孔压的发展加快。当围压增大时，试样的接触密度以及闭三元组比例增加，同时由闭三元组承担的荷载比例提高，因此，细观结构更为稳定，R_u 的数值与增长速率较低。

6.3　细观参数与屈服函数演化

本节讨论剑桥模型中的参数 M（临界状态时的应力比）与复杂网络参数中的平均度和最短路径的关系[14]。对于围压 j 作用下的试样 s 定义参考变量 T_j^s 如下：

$$T_j^s=L_j^s(1-\lg D_j^s t) \tag{12}$$

式中：t 为材料参数，其值为 1.6；L_j^s 和 D_j^s 为临界状态时的平均最短路径和平均度。因此各个围压下的平均值 T^s 表示如下：

$$T^s=\sum_{j=1}^{N}T_j^s \tag{13}$$

式中：N 为试样 i 在不同围压下的模拟试样个数。得到的 M 和 T 的数值如表 2 和图 36 所示，可见，随着 T 的逐渐增加，M 的数值也逐渐增加。对于修正剑桥模型的椭圆形屈服函数，可以绘制随着 T 变化的屈服轨迹，如图 37 所示。

表 2　M 和 T 的数值
Table 2　The values of M and T

试验编号	CT39	CT41	CT43	CT455
M	0.739	0.731	0.688	0.671
T	8.656	8.559	8.495	8.397

注：CT39 表示试样的初始孔隙率是 0.39，下同；粒间摩擦系数是 0.3[14]。

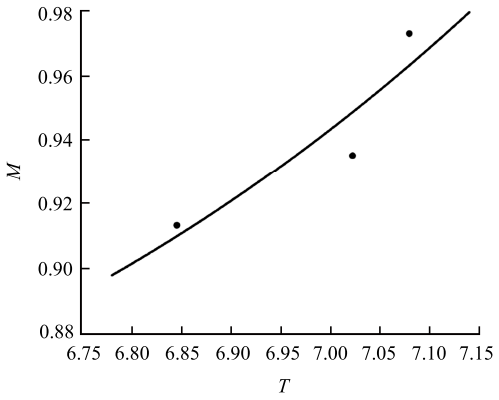


图 36　M−T 曲线
Fig.36　M−T curve

6.4　细观参数平均度与基础垂直压力的关系

本节对条形基础进行离散元模拟，分析了平均度与基础垂直压力之间的关系[20-23]。

6.4.1　地基的 DEM 模拟结果

离散元地基模型宽 0.24 m、高约 0.08 m，粒间摩擦系数分别为 0.466、0.577、0.700、0.839 的地基

体分别称为 PLT25、PLT30、PLT35 和 PLT40。模拟的地基失稳时的位移图如图 38 所示。

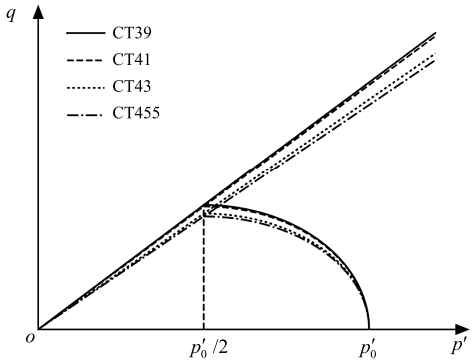
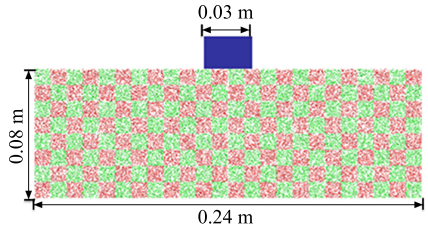
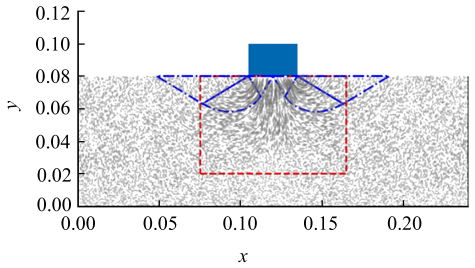


图 37 p'-q 面中的临界状态线和屈服轨迹

Fig.37 Critical state line and yielding curve in p'-q plane



(a) 地基的 DEM 数值模型



(b) 地基失稳时的位移图（PLT30）

图 38 地基的 DEM 模拟位移图

Fig.38 DEM simulation diagram of ground displacement

将沉降比（即沉降值与加载板宽度之比）为 0.1 时的竖向压力定义为承载力，随着粒间摩擦系数的增大，地基承载力逐渐增大。

为了直观地研究接触力传递，分析了整个地基范围内的力链。以 PLT30 为例进行力链演化分析，如图 39 所示。在初始阶段，由于重力的影响，力链主要分布在底部。由于加载过程，力链从加载板底部开始沿着梯形带逐渐向下增长。在此过程中，梯形带外的力链逐渐消失，梯形带内的力链数量逐渐增加。

6.4.2 平均度与垂直压力的关系

如图 40 所示，平均度曲线先短暂下降，然后

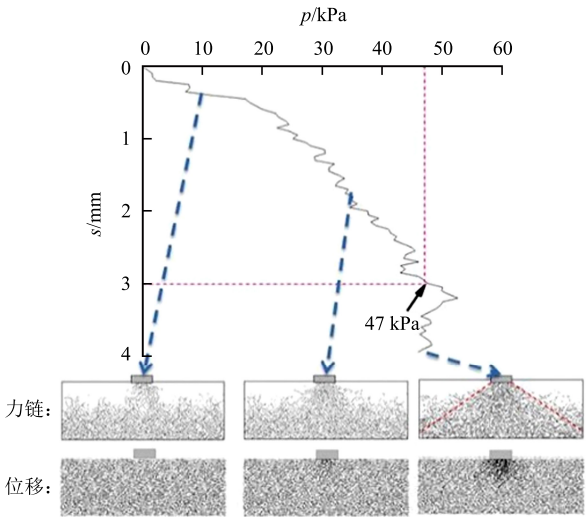


图 39 力链分布的演化（PLT30）

Fig.39 Evolution of force chain distribution(PLT30)

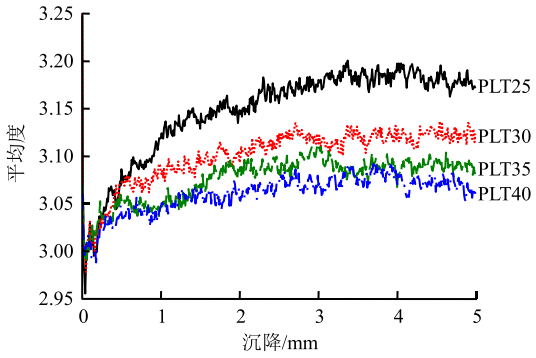


图 40 平均度的演化

Fig.40 Evolution of the average degree

上升，最后达到稳定。这表明，在加载板的作用下，加载板下土体变密而加载板外稍有膨胀挤出，然后加载板下大面积区域被压实，直到形成稳定的滑移带后，颗粒的重排列逐渐达到稳定。

如图 41 所示，对模拟结果的分析表明，从力链重构完成的时刻（即沉降达到 0.5 mm）到发生地基失稳的时刻（即沉降达到 3 mm），垂直压力和平均度呈线性关系，如下所示：

$$D=\frac{D_0-D_1}{(P_0-P_1)}\times(P-P_1)+D_1 \tag{14}$$

式中：D 为沉降范围 0.5～3 mm 内的地基平均度；P 为该时刻的垂直压力；D_0 和 D_1 分别为沉降达到 0.5 mm 和 3 mm 时的平均度；P_0 和 P_1 分别为沉降达到 0.5 mm 和 3 mm 时的垂直压力。这可能是因为配位数增长越多，演化为 3-圈的更高圈就越多。与此同时，3-圈为力链提供了更多的侧向支撑，使其能够传递更多的接触力。

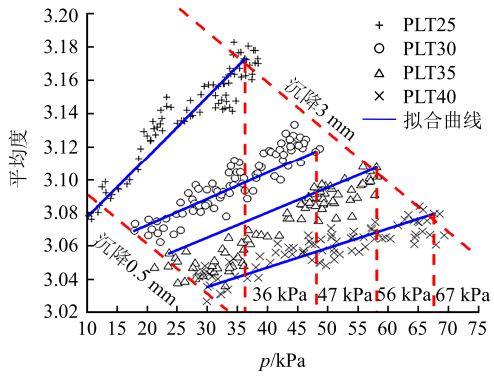


图 41　平均度与垂直压力的关系

Fig.41　Relationship of the average degree and vertical pressure

由图 41 可以看出，当沉降达到 0.5 mm 和 3 mm 时，不同粒间摩擦系数下的平均度与加载板上的垂直压力呈线性关系，两条拟合直线呈平行关系。因此，可以得出如下结论：地基破坏时刻的配位数与承载力呈线性关系。

6.5　最大流与统一硬化模型

本节将最大流应用于统一硬化模型，并进一步探索接触力传递网络流模型的实用性。姚仰平等[24]通过使用新的硬化参数 H 来代替修正剑桥模型中的硬化参数，即塑性体应变，对修正剑桥模型进行了改进，该模型可以描述体缩后的体胀，称为统一硬化模型。

6.5.1　接触力传递网络流模型

流网络由源顶点、汇顶点、中间顶点和边组成。在流网络中，流量沿着邻边从源流到汇，并途经中间顶点。流网络中的每条边都有自己的容量，这表示允许该边通过的最大流量。如果将流量视为颗粒系统中传递的接触力，则可以建立颗粒材料中接触力传递的网络流模型。图 42 显示了用于建立接触力传递的网络流模型的步骤。从力链的分布来看，较大的法向接触力主要沿主应力方向传递。因此，假设顶部加载板和底部加载板是源和汇，颗粒是中间顶点，流量是从顶部加载板传递到底部加载板的接触力。颗粒之间或颗粒与加载板之间的接触定义为流网络中的边。边的容量表示颗粒接触处可以承受的最大接触力。根据定义，颗粒之间的流量传递可以是双向的，但颗粒和加载板之间的流量传递是单向的（只能从源顶点传递到中间顶点，或从中间顶点传递到汇顶点），每个中间顶点的入流等于出流。这反映了每个颗粒上的受力平衡，外力通过加载板输入到颗粒系统中。考虑到加载板上的力是人为加载的，因此加载板和颗粒之间的容量被视为无限大，而颗粒之间的容量取决于接触的性质。在图 42 的示例中，假设颗粒之间的最大接触力（容量）为 1，如图 42(c)所示。通过求解网络流的最大流可以得到图 42(d)所示的最大流方案。计算方法可参考文献[25]。从图 42(d)可以看出，通过网络的最大流为 2，并且还给出了流量分配方案（浅色路径是流量路径，括号中的第 2 个数字是流量大小，第 1 个是容量）。

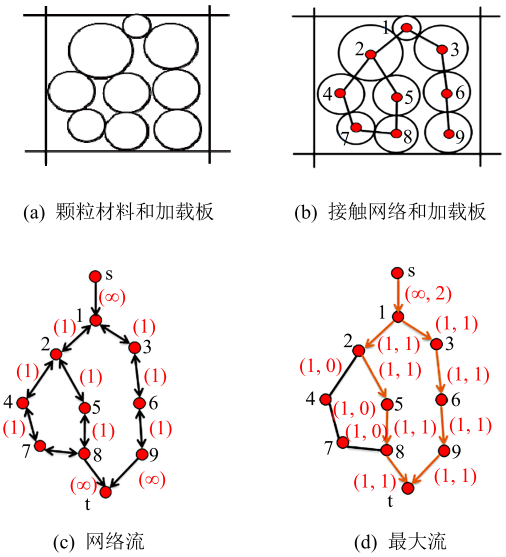


图 42　力传递的网络流模型

Fig.42　The network-flow models of force transmission

确定每个边的合理容量是有效利用网络流模型进行接触力传递的关键，这就需要构建合理的容量函数。假设容量是平均度的函数且试样处于峰值状态时每个接触点都达到其最佳状态。可以发现，通过拟合峰值状态下 1.4 倍接触力的平均值可以得到如下的容量函数（f_n）表达式：

$$f_n = AZ_1^2 + BZ_1Z_2 + AZ_2^2 + CZ_1 + CZ_2 + D \qquad (15)$$

那么，此时的最大流几乎等于σ_1（上下加载板上的力，即试样的大主应力）。式中：f_n 为法向接触力；Z_1、Z_2 分别为粗颗粒与细颗粒的平均度；A、B、C、D 为拟合参数。针对模拟的粗细颗粒混合体，拟合参数的数值与粗粒含量相关（当粗粒含量为 0 时，$A=-0.016\,7$，$B=-0.000\,3$，$C=0.219\,9$，$D=-0.732\,6$；当粗粒含量为 10%，$A=-0.000\,8$，$B=0.000\,6$，$C=0.073\,5$，$D=-0.145\,4$；当粗粒含量为 20%，$A=-0.001\,9$，$B=0.001\,4$，$C=0.123\,9$，$D=-0.629\,5$。根据峰值状态的接触力分布对每个试样进行拟合，可以得到每个试样的容量函数。根据容量函数，计算加载过程中每时刻试样的最大流。为了更好地将最大流与试样的宏观力学响应进行比较，从最大流

值中减去围压，然后将其除以加载板的接触面积，从而使新的最大流更接近于偏差应力的性质，如图 43 所示。

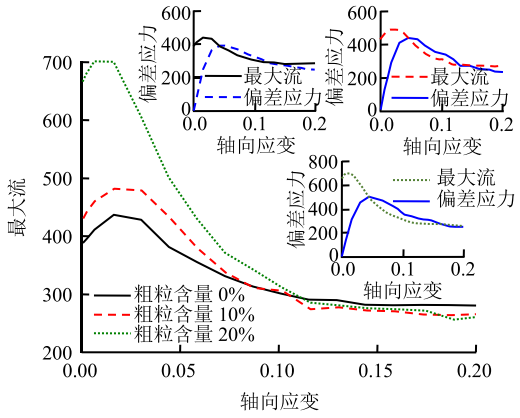


图 43 最大流演化

Fig.43 Evolution of maximum flow

从图 43 中可以看出，最大流的曲线变化趋势如下：在短暂上升后，最大流迅速下降，最终达到稳定状态。在初始状态下，最大流值随粗粒含量的增加而增加，但最终会达到相同的稳定状态。偏差应力与最大流的关系可分为 3 个阶段：在达到峰值状态之前，偏差应力低于最大流；达到峰值状态后，偏差应力逐渐减小，直至低于最大流；最大流达到稳定值后，偏差应力逐渐趋于稳定。这表明，最大流能够成为颗粒系统力传递能力的一个具体量化指标。如上所述，试样的传力能力随着力链传力结构的演变而变化，而粗粒含量高的试样在初始状态下具有更强的传力能力，且所有试样在临界状态下具有相同的传力能力。颗粒系统中的力分布总是趋向于达到力传递的最佳状态，因此在初始状态下，偏差应力不断增加，以接近最大流。峰值状态后，由于系统的偏差应力超过了力传递网络流模型的传力能力，开始呈现应变软化的趋势，最终使得最大流达到稳定值。

6.5.2 统一硬化参数和模型预测

对于密砂，统一硬化模型的硬化参数可表示如下[24]：

$$H=\int \mathrm{d}H=\int \frac{M_{\mathrm{f}}^4-\eta^4}{M^4-\eta^4}\mathrm{d}\varepsilon_{\mathrm{v}}^{\mathrm{p}} \tag{16}$$

式中：η 为应力比；$\varepsilon_{\mathrm{v}}^{\mathrm{p}}$ 为塑性体应变；M_{f} 为潜在强度。引入潜在强度 M_{f} 来表征试样在当前条件下抵抗剪切破坏的潜在能力。基于不同的假设，M_{f} 有不同的计算方法。在本研究中，认为潜在强度与接触网络的力传递能力有关，即 $M_{\mathrm{f}}=p_0F_{\max}/p$，$F_{\max}$ 为力传递网络流模型的最大流，p_0 为参考压力（取值为 1 kPa）。

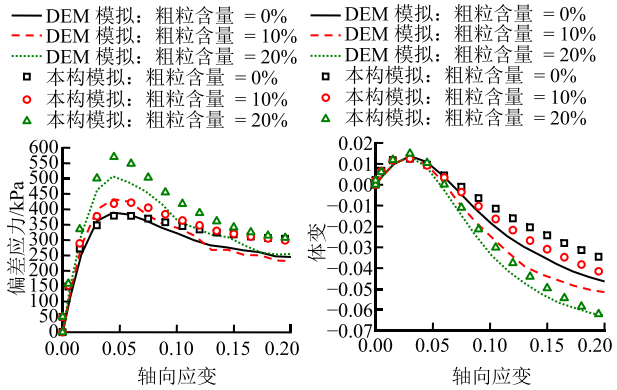
采用相关联流动法则，屈服函数如下：

$$f=\ln\frac{p}{p_{x0}}+\ln\left(1+\frac{q^2}{M^2p^2}\right)-\frac{1}{c_{\mathrm{p}}}H=0 \tag{17}$$

式中：p_x 为屈服面与 p 轴的交点；p_{x0} 为 p_x 的初始值，$\varepsilon_{\mathrm{v}}^{\mathrm{p}}=0$，$H=0$；$c_{\mathrm{p}}=(\lambda-\kappa)/(1+e_0)$；$\lambda$ 为法向压缩线的斜率；κ 为卸载线的斜率；e_0 为初始孔隙比。

采用修正 M_{f} 的统一硬化模型对 Toyoura 砂的三轴试验结果进行验证。此处仅对接触网络的应力–应变关系进行初步探讨，因此相关参数与姚仰平等[24]采用的参数一致。根据 DEM 模拟结果，临界状态应力比 M 设定为 0.8。

根据参数选择和接触网络分析，200 kPa 下 3 个不同粗粒含量试样的模拟值比较如图 44 所示。结果表明，考虑最大流的统一硬化模型可以大致反映不同粗粒含量试样在加载过程中的偏差应力和体变的演化趋势。一般来说，该模型能够反映不同粗粒含量下的偏差应力和体变的演化趋势：粗粒含量越高，偏差应力峰值越高，体胀现象越明显，但当达到临界状态时，所有试样的偏差应力值相等。这表明，力传递网络流模型所反映的试样的力传递能力可以在一定程度上解释试样在加载过程中的应力–应变关系。



(a) 偏差应力–轴应变曲线 (b) 体应变–轴应变曲线

图 44 基于最大流的统一硬化模型

Fig.44 Maximum flow-based UH model

7 结 论

本文采用复杂网络的分析方法，对土颗粒材料在荷载作用下的接触网络参数的演化进行了分析，并搭建了接触网络参数与宏观力学特性之间的联

系。得到的主要结论如下：

（1)对双轴压缩的分析表明，复杂网络参数(度、平均度、聚类系数、平均路径长度、力圈等）可以反映加载过程中从单个颗粒到整体试样的结构演化，有助于解释宏观的力学特性。对坡体结构的分析表明，在加载过程中接触网络参数的演化可以解释坡体失稳启动到滑动过程中的颗粒接触关系的变化。

（2）对接触网络参数进行修正后的细观参数可以更为合理地反映土颗粒材料的细观结构演化过程，并可以建立其与宏观力学参数的联系，比如建立宏观的动强度、屈服函数等与细观参数之间的联系。这为建立考虑细观变形机制的土颗粒材料的本构模型奠定了基础。

（3）在加载过程中有关力链的演化分析以及力链的判别方法方面的内容没有展开介绍，可以参考相关文献[26]。此外，本文的研究结果对土颗粒材料理想化之后进行离散单元法的模拟结果分析[27]，仅是变形机制上的分析。

参 考 文 献

[1] NEWMAN M E. Networks: an introduction[M]. Oxford: Oxford University Press, 2010.

[2] O'SULLIVAN C. Particulate discrete element modelling: a geomechanics perspective[M]. New York: Spon Press, 2011.

[3] 刘恩龙, 郅彬, 曹鹏. 颗粒流算例分析[M]. 成都: 四川大学出版社, 2017.
LIU En-long, ZHI Bin, CAO Peng. Particle flow code-based numerical analysis of examples[M]. Chengdu: Sichuan University Press, 2017.

[4] 屈智炯, 刘恩龙. 土的塑性力学[M]. 北京: 科学出版社, 2011.
QU Zhi-jiong, LIU En-long. Soil plasticity[M]. Beijing: Science Press, 2015.

[5] HOLME P, PARK S M, KIM B J, et al. Korean university life in a network perspective: dynamics of a large affiliation network[J]. **Physica A Statistical Mechanics & Its Applications**, 2004, 373(36): 821-830.

[6] 孙玺菁, 司守奎. 复杂网络算法与应用[M]. 北京: 国防工业出版社, 2015.
SUN Xi-jing, SI Shou-kui. Algorithm and application of complex network[M]. Beijing: National Defence Industry Press, 2015.

[7] 蒋炼. 滑坡启动与滑动过程的复杂网络分析[D]. 成都: 四川大学, 2018.
JIANG Lian. Complex network analysis of landslide in initiation and sliding processes[D]. Chengdu: Sichuan University, 2018.

[8] 蒋炼, 刘恩龙, 田健秋, 等. 无黏性土坡滑动过程与接触网络演化分析[J]. 人民黄河, 2019, 41(4): 144-148.
JIANG Lian, LIU En-long, TIAN Jian-qiu, et al. Analysis on landslide process and evolution of contact network of cohensionless soil slope[J]. **Yellow River**, 2019, 41(4): 144-148.

[9] JIANG L, LIU E, TIAN J, et al. Effects of inter-particle frictional coefficients on evolution of contact networks in landslide process[J]. **Engineering**, 2017, 9(11): 917-936.

[10] 田健秋. 不同形状的颗粒材料细观结构演化及宏–细观力学性质研究[D]. 成都: 四川大学, 2019.
TIAN Jian-qiu. Mesostructure evolution and mechanical properties of macro- and mesostructure of granular materials with different shapes[D]. Chengdu: Sichuan University, 2019.

[11] TIAN J, LIU E, JIANG L, et al. Influence of particle shape on the microstructure evolution and the mechanical properties of granular materials[J]. **Comptes Rendus Mécanique**, 2018, 346(6): 460-476.

[12] TIAN J, LIU E. Effect of particle shape on micro- and mesostructure evolution of granular assemblies under biaxial loading conditions[J]. **Comptes Rendus Mécanique**, 2018, 346(12): 1233-1252.

[13] TIAN J, LIU E. Influences of particle shape on evolutions of force-chain and micro-macro parameters at critical state for granular materials[J]. **Powder Technology**, 2019, 354(9): 906-921.

[14] JIANG X, LIU E, JIANG L, et al. Evolution of meso-structures and mechanical properties of granular materials under triaxial compression state from complex network perspective[J]. **Granular Matter**, 2018, 20(3): 54.

[15] JIANG X, LIU E. Evolution of the force chain structure of partially saturated granular material under triaxial compression conditions[J]. **Computers and Geotechnics**, 2023, 157(2): 105335.

[16] SUN Y, LIU E, JIANG L, et al. Dynamic mechanical

properties and mesostructure evolution of granular materials subjected to cyclic loading[J]. **Granular Matter**, 2020, 22(3): 1-20.

[17] SUN Y, LIU E, ZHI B. Evolution of mesostructure and mechanical characteristics of cemented granular soils under undrained cyclic loads[J]. **Granular Matter**, 2022, 24(1): 33.

[18] LI X S, DAFALIAS Y F, WANG Z L. State-dependant dilatancy in critical-state constitutive modelling of sand[J]. **Canadian Geotechnical Journal**, 1999, 36(4): 599-611.

[19] 孙艺. 循环荷载作用下结构性土的宏−细观本构模型研究[D]. 成都: 四川大学, 2023.
SUN Yi. Study on macro-meso constitutive model for structured soils subjected to cyclic loading[D]. Chengdu: Sichuan University, 2023.

[20] XU R, LIU E, JIANG X, et al. Analysis on evolution of mesostructure of cohesionless soil ground upon loading[J]. **Powder Technology**, 2020, 368(5): 1-17.

[21] XU R, LIU E, XING H. Analysis on mechanical properties and evolution of mesostructure of soil-rock mixture samples from contact network perspective[J]. **Comptes Rendus Mecanique**, 2021, 349(1): 83-102.

[22] XU R, LIU E, HE S. Analysis on mechanical properties and evolution of mesostructure of debris flow from contact network perspective[J]. **Granular Matter**, 2022, 24(3): 94.

[23] 许然. 基于离散元颗粒流模拟的泥石流起动机理和运动过程研究[D]. 成都: 四川大学, 2023.
XU Ran. Study on initiation mechanism and motion process of debris flow based on discrete element particle flow simulation[D]. Chengdu: Sichuan University, 2023.

[24] 姚仰平, 刘林, 罗汀. 砂土的 UH 模型[J]. 岩土工程学报, 2016, 38(12): 2147-2153.
YAO Yang-ping, LIU Lin, LUO Ting. UH model of sand[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 2016, 38(12): 2147-2153.

[25] WAISSI G R. Network flows: theory, algorithms, and applications[M]. [S. l.]: Prentice Hall, 1994.

[26] 曹鹏. 颗粒材料的细观结构及力链演化机理[D]. 成都: 四川大学, 2016.
CAO Peng. Evolution mechanism of meso-structure and force chains of granular materials[D]. Chengdu: Sichuan University, 2016.

[27] 周洋诗琦, 赵兰浩, 邵琳玉, 等. 可变形圆化多边形离散单元法[J]. 岩土力学, 2022, 43(7): 1962-1977.
ZHOU Yang-shi-qi, ZHAO Lan-hao, SHAO Lin-yu, et al. A deformable spheropolygon-based discrete element method[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2022, 43(7): 1962-1977.